フィードバック制御入門 第5章

第 5 章 :周波数応答

5.1 周波数応答と伝達関数

キーワード : 周波数伝達関数，ゲイン，位相

5.2 ベクトル軌跡

キーワード : ベクトル軌跡

学習目標 :システムの周波数応答特性を理解し，ベクトル軌跡による表示ができるようにする．

1

第 5 章 :周波数特性

5.3 ボード線図

キーワード : ボード線図，ゲイン曲線，位相曲線

5.4 ボード線図の性質

キーワード : 最小位相系，ゲインー位相関係式

学習目標 : ボード線図を用いて周波数特性を図式的に表すことができるようにする．最小位相系におけるゲインと位相の関係について理解する．

2

5.1 周波数応答と伝達関数

線形システム（安定な LTI システム）

（一定周波数の）正弦波を入力として加え続けると，定常状態ではその出力も入力と同じ周波数の正弦波になる．

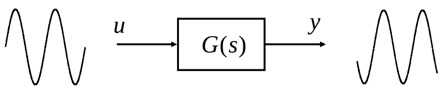


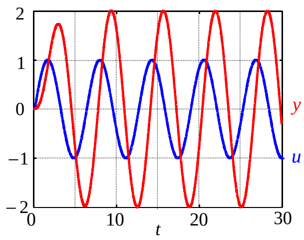
図 5.1 周波数応答

3

［ 例 ］ $G(s)=\dfrac{2}{s^2+s+1}$　　$u(t)=\sin t$

入力と出力は同じ周波数，異なるのは振幅と位相だけ

（静的システム : 振幅だけ，動的システム : 振幅と位相）



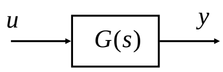


図 5.2 正弦波入力に対する応答例

4

周波数特性

入力の周波数を変化させた($\omega:0\sim\infty$)とき振幅と位相がどのように変化するか

伝達関数 $G(s)$

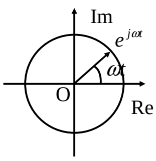
極 $p_i(i=1\sim n)$ は安定 $(\mathrm{Re}[p_i]<0)$ ，すべて異なる．

(仮想的な)複素数の入力 （複素正弦波）

$u(t)=e^{j\omega t}=\cos\omega t+j\sin\omega t$

$\left(\mathcal{L}[e^{-at}]=\dfrac{1}{s+a}\right.$ （p. 192 参照） $\left.\right)$

$\mathcal{L}[u(t)]=\dfrac{1}{s-j\omega}$



5

出力

$$y(t)=\mathcal{L}^{-1}\left[G(s)\frac{1}{s-j\omega}\right]=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{K_0}{s-j\omega}+\sum_{i=1}^{n}\frac{K_i}{s-p_i}\right]$$

$$=K_0e^{j\omega t}+\sum_{i=1}^{n}K_ie^{p_it}$$

$G(s)$ の安定性より　$e^{p_it}\to 0\quad(t\to\infty)$

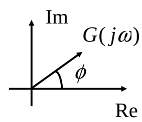
$Y(s)=\sum_i\dfrac{Y_i}{s-\alpha_i}$　　$Y_i=\lim_{s\to\alpha_i}(s-\alpha_i)Y(s)$　（留数）

よって

$$K_0=\lim_{s\to j\omega}(s-j\omega)\left[G(s)\frac{1}{s-j\omega}\right]$$

$$=G(j\omega)$$

$$=|G(j\omega)|e^{j\phi}\qquad \phi=\angle G(j\omega)$$



6

フィードバック制御入門 第5章

$$y(t)=K_0e^{j\omega t}+\sum_{i=1}^{n}K_ie^{p_it}$$

$G(j\omega)$　　$e^{p_it}\to 0$

$$y(t)=G(j\omega)e^{j\omega t}$$
$$=|G(j\omega)|e^{j\phi}\cdot e^{j\omega t}$$
$$=|G(j\omega)|e^{j(\omega t+\phi)}$$
$$y(t)=|G(j\omega)|\cos(\omega t+\phi)$$
$$+j|G(j\omega)|\sin(\omega t+\phi)$$

$$\begin{cases} y(t)=K_0e^{j\omega t}+\sum_{i=1}^{n}K_ie^{p_it} \\ e^{p_it}\to 0 \\ K_0=G(j\omega) \end{cases}$$

入力	出力
$\cos\omega t$	$\lvert G(j\omega)\rvert\cos(\omega t+\phi)$
$\sin\omega t$	$\lvert G(j\omega)\rvert\sin(\omega t+\phi)$

振幅の変化　$|G(j\omega)|$　ゲイン

位相の差　$\angle G(j\omega)$　位相（位相差）

7

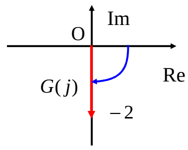
[例]　$G(s)=\dfrac{2}{s^2+s+1}$　$u(t)=\sin t$　$(\omega=1)$

ゲイン

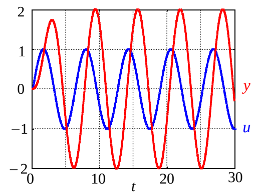
$$|G(j)|=\left|\frac{2}{j^2+j+1}\right|=\left|\frac{2}{-1+j+1}\right|=\left|\frac{2}{j}\right|=2$$

位相

$$\angle G(j)=\angle\frac{2}{j}=\angle\frac{2}{j}\cdot\frac{j}{j}=\angle\frac{2j}{-1}=\angle-2j=-90^\circ$$



複素平面上のベクトル $G(j)$



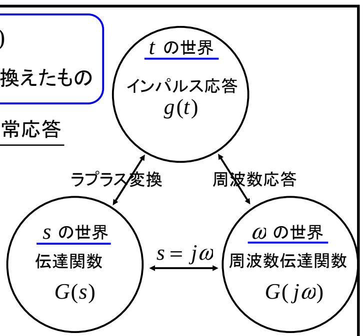
8

周波数伝達関数 $G(j\omega)$

$G(s)$ の s を $j\omega$ で置き換えたもの

$$G(j\omega)=\frac{e^{j\omega t}\text{ に対する定常応答}}{e^{j\omega t}}$$

$$y(j\omega)=G(j\omega)u(j\omega)$$

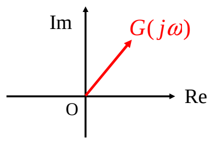


- 実用的な制御系の解析・設計に役立つ.
- 実験的に測定し，求めることができる.
- 不安定系でも（形式的に）定義できる.

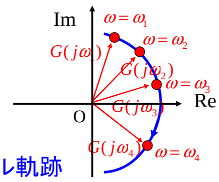
9

5.2 ベクトル軌跡

周波数 ω を一つ定めると，
$G(j\omega)$ はある複素平面上の
ベクトルとして表せる.



ω を $0\sim+\infty$ と変化させると
$G(j\omega)$ は軌跡を描く



ベクトル軌跡

10

積分系　$G(s)=\dfrac{1}{s}$

周波数伝達関数　$G(j\omega)=\dfrac{1}{j\omega}$

ゲイン　$|G(j\omega)|=\dfrac{1}{|j\omega|}=\dfrac{1}{|\omega|}$

位相

$$\angle G(i\omega)=\angle\frac{1}{j\omega}=\angle\frac{1}{j}=\angle\frac{j}{-1}$$
$$=\angle-j=-90^\circ$$

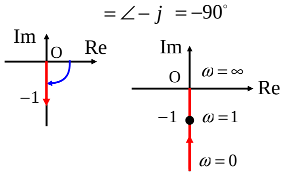


図 5.3　$G(s)=1/s$ のベクトル軌跡

2 重積分系　$G(s)=\dfrac{1}{s^2}$

周波数伝達関数　$G(j\omega)=\dfrac{1}{(j\omega)^2}$

ゲイン　$|G(j\omega)|=\dfrac{1}{\omega^2}$

位相

$$\angle G(j\omega)=\angle\frac{1}{j^2}=\angle\frac{1}{-1}$$
$$=\angle-1=-180^\circ$$

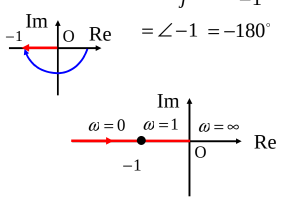


図 5.3　$G(s)=1/s^2$ のベクトル軌跡

積分系と位相遅れ

$\times\dfrac{1}{s}$ ：-90° 回転

90° 位相が遅れる

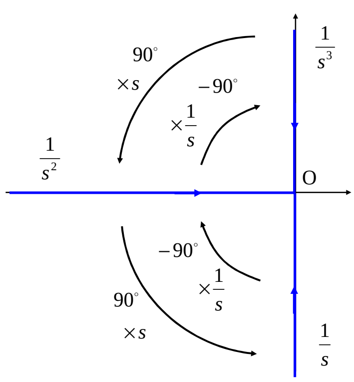
微分系と位相進み

$\times s$ ：90° 回転

90° 位相が進む

動的システム

振幅と位相



12

1 次系 $G(s)=\dfrac{1}{Ts+1}$ $(K=1)$

周波数伝達関数

$$G(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega T}$$

ゲイン

$$|G(j\omega)|=\frac{1}{|1+j\omega T|}=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$$

位相

$$\angle G(j\omega)=\angle\frac{1}{1+j\omega T}$$
$$=-\angle(1+j\omega T)$$
$$=-\tan^{-1}(\omega T)$$

複素数の極形式

出発点 (1,0)
終点 -90°

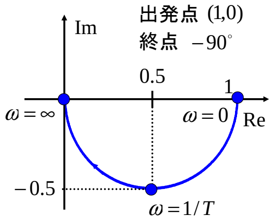


図 5.4 1 次系のベクトル軌跡

$\omega T=0$	$\lvert G\rvert=1$	$\angle G=0^\circ$
$\omega T=1$	$\lvert G\rvert=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\angle G=-45^\circ$
$\omega T\approx\infty$	$\lvert G\rvert\approx 0$	$\angle G\approx-90^\circ$

13

$$G(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega T}=\frac{0.5(1+j\omega T)+0.5(1-j\omega T)}{1+j\omega T}$$
$$=0.5+0.5\cdot\frac{1-j\omega t}{1+j\omega t}$$

実軸の正方向に 0.5 平行移動

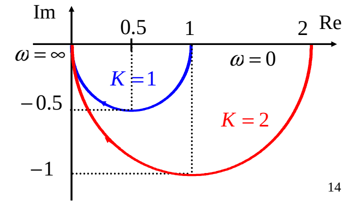
$$0.5\cdot\frac{|1-j\omega t|}{|1+j\omega t|}=0.5 \quad \forall\omega$$

半径 0.5 の円周

中心 (0.5,0)
半径 0.5 の（半）円周上を動く

$\dfrac{K}{Ts+1}$ の場合

ゲイン K をかけると原点を中心として K 倍に拡大（縮小）される



14

---

2 次系 $G(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ $(K=1)$

周波数伝達関数

$$G(j\omega)=\frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2+2\zeta\omega_n\omega j+\omega_n^2}$$
$$=\frac{1}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)^2+2\zeta\dfrac{\omega}{\omega_n}j+1}$$
$$=\frac{1}{(j\Omega)^2+2\zeta\Omega j+1}\quad\left(\Omega=\frac{\omega}{\omega_n}\right)$$

ゲイン

$$|G(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2+(2\zeta\Omega)^2}}$$

位相

$$\angle G(j\omega)=-\angle([1-\Omega^2]^2+j[2\zeta\Omega])\ =-\tan^{-1}\frac{2\zeta\Omega}{1-\Omega^2}$$

15

出発点 (1,0)
終点 -180°

$\Omega=0$	$\lvert G\rvert=1$	$\angle G=(-0^\circ)=0^\circ$
$\Omega=1$	$\lvert G\rvert=\dfrac{1}{2\zeta}$	$\angle G=-90^\circ$
$\Omega\approx\infty$	$\lvert G\rvert\approx 0$	$\angle G\approx-180^\circ$

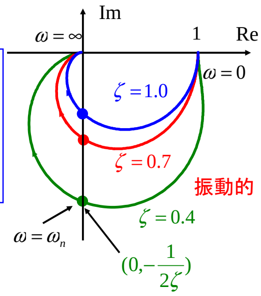


図 5.5 2 次系のベクトル軌跡

16

5.3 ボード線図

周波数 ω に対し
- $|G(j\omega)|$ の変化を表すゲイン曲線
- $\angle G(j\omega)$ の変化を表す位相曲線

横軸：周波数 ω を対数目盛り $\omega_2=10\omega_1$ 1 デカード（dec）

縦軸：ゲイン曲線 $20\log_{10}|G(j\omega)|$ デシベル値（dB）

位相曲線 （$^\circ$）度

絶対値	0.1	1	$\sqrt{2}$	2	10	100
デシベル値	−20 dB	0 dB	3 dB	6 dB	20 dB	40 dB

17

積分系 $G(j\omega)=\dfrac{1}{j\omega}$

ゲイン（デシベル値）

$$20\log|G(j\omega)|=20\log\left|\frac{1}{j\omega}\right|$$
$$=20\log\frac{1}{|\omega|}=-20\log|\omega|$$

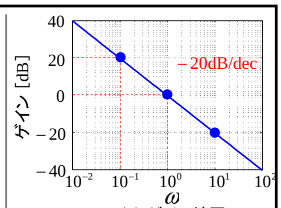
$\omega=0.1$
$-20\log 0.1=-20\times(-1)=20$ dB

$\omega=1$
$-20\log 1=-20\times 0=0$ dB

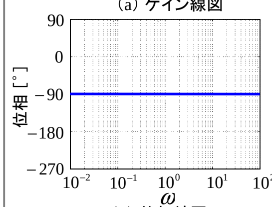
$\omega=10$
$-20\log 10=-20\times 1=-20$ dB

位相

$$\angle G(j\omega)=\angle\frac{1}{j\omega}=\angle\frac{1}{j}=-\angle j=-90^\circ$$



(a) ゲイン線図



(b) 位相線図

18

2 重積分系 $G(j\omega)=\dfrac{1}{(j\omega)^2}$

ゲイン（デシベル値）

$$20\log\frac{1}{|(j\omega)^2|}=20\log\frac{1}{\omega^2}$$
$$=-40\log|\omega|$$

位相

$$\angle G(j\omega)=\angle\frac{1}{j^2}=\angle -1$$
$$=-180^\circ$$

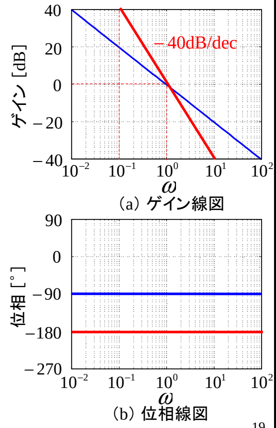


図 5.6 積分系のボード線図

19

1 次系 $G(j\omega)=\dfrac{1}{1+j\omega T}$

ゲイン（デシベル値）

$$20\log|G(j\omega)|=20\log\frac{1}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$$

位相

$$\angle G(j\omega)=-\angle(1+j\omega T)=-\tan^{-1}(\omega T)$$

$\omega T<<1 \quad G(j\omega)\approx 1$

$\omega T>>1 \quad G(j\omega)\approx \dfrac{1}{j\omega T}$

$$\begin{cases} \omega T<<1 & 20\log|G|\approx 20\log 1=0\ \text{dB} \\ & \angle G=0^\circ \\ \omega T=1 & 20\log|G|=20\log\dfrac{1}{\sqrt{2}}=-3\ \text{dB} \\ & \angle G=-45^\circ \\ \omega T>>1 & 20\log|G|\approx -20\log|\omega T|\ \text{dB} \\ & \angle G\approx -90^\circ \end{cases}$$

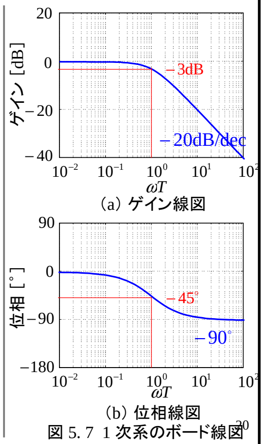


図 5.7 1 次系のボード線図

20

折れ線近似

（ゲイン）0 dB と −20 dB/dec の 2 本の直線

（位相） $\omega\le\dfrac{0.2}{T}$ で 0°

$\omega\ge\dfrac{5}{T}$ で -90°

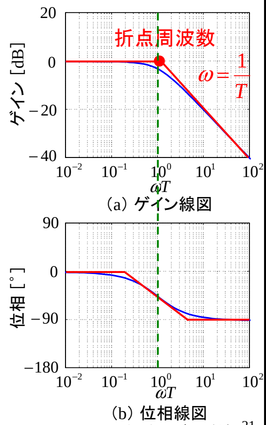


図 5.7 1 次系のボード線図

21

T が変化しても（形を変えず）
横軸方向に平行移動

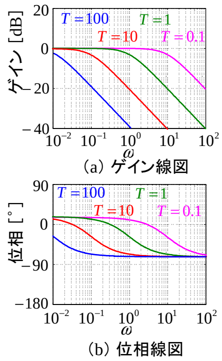
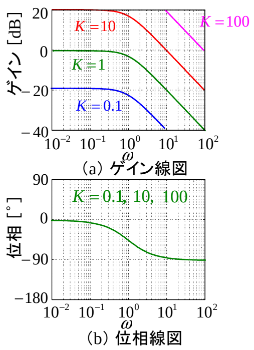


図 5.8 種々の時定数に対する 1 次系のボード線図

22

ゲイン K 倍しても（形を変えず）
縦軸方向に平行移動（ゲインのみ）

$$G(j\omega)=\frac{K}{1+j\omega T}\quad (T=1)$$



23

2 次系 $G(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}\qquad (K=1)$

周波数伝達関数

$$G(j\omega)=\frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2+2\zeta\omega_n\omega j+\omega_n^2}$$
$$=\frac{1}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)^2+2\zeta\dfrac{\omega}{\omega_n}j+1}$$
$$=\frac{1}{(j\Omega)^2+2\zeta\Omega j+1}\quad\left(\Omega=\frac{\omega}{\omega_n}\right)$$

ゲイン

$$|G(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2+(2\zeta\Omega)^2}}$$

位相

$$\angle G(j\omega)=-\angle([1-\Omega^2]^2+j[2\zeta\Omega])\ =-\tan^{-1}\frac{2\zeta\Omega}{1-\Omega^2}$$

24

2 次系

$$G(j\omega)=\frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2+2\zeta\omega_n(j\omega)+\omega_n^2}=\frac{1}{(1-\Omega^2)+2\zeta\Omega j}\quad\left(\Omega=\frac{\omega}{\omega_n}\right)$$

ゲイン（デシベル値）

$$20\log|G(j\omega)|=20\log\frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2+(2\zeta\Omega)^2}}$$

位相

$$\angle G(j\omega)=-\angle((1-\Omega^2)+j(2\zeta\Omega))$$

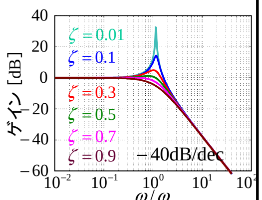
$\Omega<<1\quad G(j\omega)\approx 1$

$\Omega>>1\quad G(j\omega)\approx\dfrac{1}{-\Omega^2}$

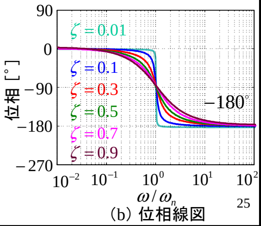
$\Omega<<1\quad 20\log|G|=20\log\dfrac{1}{\sqrt{2}}\approx 0\ \text{dB}$, $\angle G\approx 0^\circ$

$\Omega=1\quad 20\log|G|=20\log\left|\dfrac{1}{2\zeta}\right|\ \text{dB}$, $\angle G=-90^\circ$

$\Omega>>1\quad 20\log|G|\approx -40\log|\Omega|\ \text{dB}$, $\angle G\approx -180^\circ$



（a）ゲイン線図



（b）位相線図

$\Omega=0\quad |G|=1\quad \angle G=(-0^\circ)=0^\circ$

$\Omega=1\quad |G|=\dfrac{1}{2\zeta}\quad \angle G=-90^\circ$

$\Omega\approx\infty\quad |G|\approx 0\quad \angle G\approx -180^\circ$

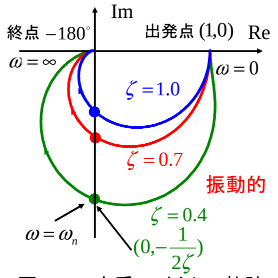
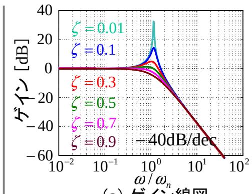
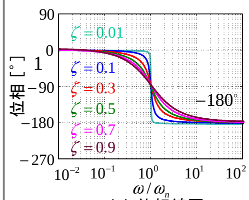


図 5.5 2 次系のベクトル軌跡



（a）ゲイン線図



（b）位相線図

高次系

$$G(s)=\frac{b_ms^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0}\quad(n>m)$$

出発点

原点 $(s=0)$ に極をもたないとき

$$G(0)=\frac{b_0}{a_0}\quad(a\neq 0)$$

原点に l 位の極をもつとき

$\omega\to 0$ のとき $|G(j\omega)|\to\infty$

$$\angle G(j\omega)\to\angle\frac{b_0}{(j\omega)^l}=\angle\frac{1}{j^l}\cdot\frac{b_0}{\omega^l}$$

＝（ b_0 の符号）× l ×（ -90° ）

この方向の無限遠方から出発する

終点

終点 $\omega\to\infty$ のとき

$$G(j\omega)=0\quad(n>m)$$

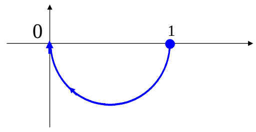
$$\angle G(j\omega)\approx\angle\frac{b_m}{(j\omega)^{n-m}}$$

＝（ b_m の符号）×（ $n-m$ ）×（ -90° ）

この方向から原点に向う

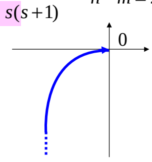
原点 $(s=0)$ に極をもたないとき

$G(s)=\dfrac{1}{s+1}\quad n-m=1,\ l=0$



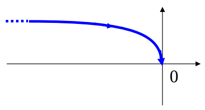
原点に1位の極をもつとき

$G(s)=\dfrac{1}{s(s+1)}\quad n-m=2,\ l=1$



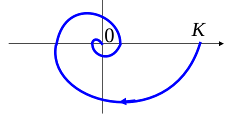
原点に2位の極をもつとき

$G(s)=\dfrac{1}{s^2(s+1)}\quad n-m=3,\ l=2$



むだ時間を含む系

$G(s)=\dfrac{K}{Ts+1}e^{-Ls}$



$G^{-1}(s)$（逆システム）のボード線図

ゲイン

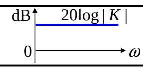
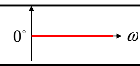
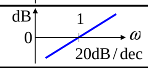
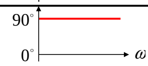
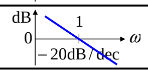
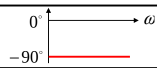
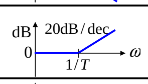
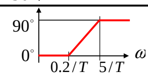
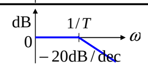
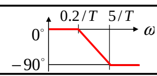
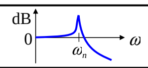
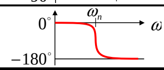
$$20\log\left|\frac{1}{G(j\omega)}\right|=-20\log|G(j\omega)|$$

位相

$$\angle\frac{1}{G(j\omega)}=-\angle G(j\omega)$$

逆システムでは，ゲインと位相の符号を反転

表 5.1　基本要素のボード線図

$G(s)$	ゲイン曲線	位相曲線
K		
s		
$\dfrac{1}{s}$		
$Ts+1$		
$\dfrac{1}{Ts+1}$		
$\dfrac{\omega_n}{s^2+2\zeta\omega_ns+\omega_n^2}$		

ボード線図の利点

［アイデア］ゲイン：対数スケール

位相：線形スケール

$$G(s)=G_1(s)G_2(s)G_3(s)$$ （直列結合）

極形式で表示

$$G(j\omega)=re^{j\theta}$$

$$G_i(j\omega)=r_ie^{j\theta_i} \quad (i=1\sim3)$$

$$re^{j\theta}=(r_1e^{j\theta_1})(r_2e^{j\theta_2})(r_3e^{j\theta_3}) \qquad r=r_1r_2r_3$$

$$=r_1r_2r_3e^{j(\theta_1+\theta_2+\theta_3)} \qquad \theta=\theta_1+\theta_2+\theta_3$$

31

$$G(j\omega)=re^{j\theta}=r_1r_2r_3e^{j(\theta_1+\theta_2+\theta_3)}$$

$$20\log|G(j\omega)|=20\log r=20\log(r_1r_2r_3)$$

$$=20\log r_1+20\log r_2+20\log r_3$$

$$=\sum_{i=1}^{3}20\log r_i=\sum_{i=1}^{3}20\log|G(j\omega)|$$

$$\angle G(j\omega)=\theta=\theta_1+\theta_2+\theta_3$$

$$=\sum_{i=1}^{3}\theta_i=\sum_{i=1}^{3}\angle G(j\omega)$$

直列結合のとき，ゲインと位相を単純に
加えあわせればよい

32

K が変化しても（形を変えず）
縦軸方向に平行移動（ゲインのみ）

$$G(j\omega)=\frac{K}{1+j\omega T} \quad (T=1)$$

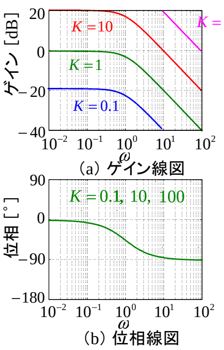
$K=0.1$

+20 [dB] (×10)

$K=1$

+40 [dB] (×100)

$K=10$



(a) ゲイン線図

(b) 位相線図

33

［例 5.1］

$$G(s)=\frac{100(s+1)}{s(s+10)}=G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)$$

$$=10\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{0.1s+1}\cdot(s+1)$$

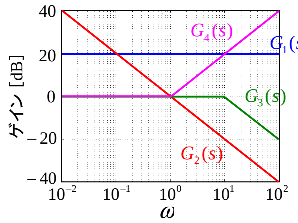


図 5.12 各要素のゲイン線図
（折れ線近似）

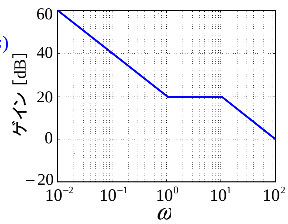


図 5.13 $G(s)$のゲイン線図
（折れ線近似）

34

5.4 ボード線図の性質

ゲインと位相の関係

［例］

$$G_1(s)=\frac{1+s}{s^2+s+1} \qquad G_2(s)=\frac{1-s}{s^2+s+1}$$

ゲイン

$$|G_1(j\omega)|=\frac{|1+j\omega|}{|(j\omega)^2+j\omega+1|}=\frac{|1+j\omega|}{|1-\omega^2+j\omega|}=\frac{\sqrt{1+\omega^2}}{|1-\omega^2+j\omega|}$$

$$=\frac{|1-j\omega|}{|1-\omega^2+j\omega|}=|G_2(j\omega)|$$ 同じ

位相

$$\angle G_1(j\omega)=\angle(1+j\omega)-\angle(1-\omega^2+j\omega)$$

$$\angle G_2(j\omega)=\angle(1-j\omega)-\angle(1-\omega^2+j\omega)$$ 異なる

35

$\omega=0$

$$\angle G_1(0)=\angle G_2(0)=0^\circ$$

$\omega\to\infty$

$$\angle G_1(j\omega)\approx\angle j\omega-\angle(-\omega^2)$$

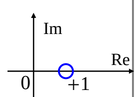
$$=+90^\circ-180^\circ=-90^\circ$$

$$\angle G_2(j\omega)\approx\angle(-j\omega)-\angle(-\omega^2)$$

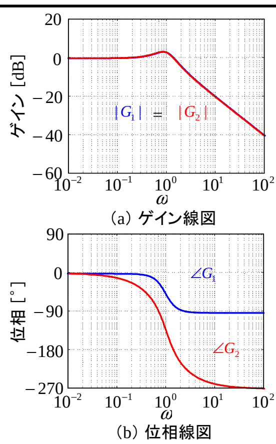
$$=-90^\circ-180^\circ=-270^\circ$$

位相が遅れる

$$G_2(s)=\frac{1-s}{s^2+s+1}$$



不安定零点



(a) ゲイン線図

(b) 位相線図

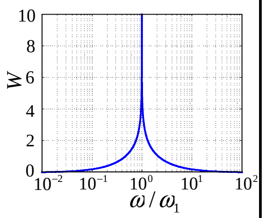
36

最小位相系 安定なシステムでかつ不安定零点をもたない

ゲインから位相が一意に定まる.
(ボードのゲイン－位相関係式)

$$\angle G(j\omega_1)=\frac{180}{\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dM}{du}W du \quad (^\circ)\text{度}$$

$$\begin{cases} u=\ln(\omega/\omega_1) & \text{正規化角周波数} \\ M=\ln|G(j\omega)| & \text{対数ゲイン} \\ W=\ln(\coth(|u|/2)) & \text{重み関数} \end{cases}$$



$\frac{dM}{du}$ 横軸，縦軸を自然対数目盛りとしたときのゲイン曲線の傾き

$\int_{-\infty}^{\infty} W du=\frac{\pi^2}{2}$ ($\omega=\omega_1$でピーク)

37

(dM/du 一定のとき)

$$\angle G(j\omega_1)\approx\frac{dM}{du}\cdot\frac{180}{\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}Wdu$$
$$=\frac{dM}{du}\cdot\frac{180}{\pi^2}\cdot\frac{\pi^2}{2}=\frac{dM}{du}\times 90^\circ$$
$$=n\times 90^\circ$$

$n=-1$ のとき

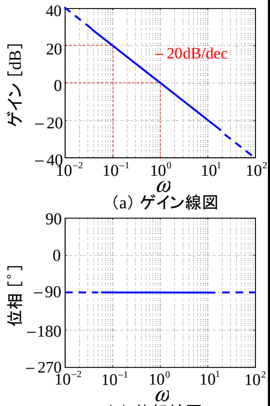
$0.1\omega_1<\omega<10\omega_1$ で $\frac{dM}{du}=-1$

とすると

$-20\text{dB/dec} \Rightarrow \angle G(j\omega_1)\approx -90^\circ$

積分系

1 次系(高周波域)



(a) ゲイン線図
(b) 位相線図

38

$\angle G(j\omega_1)\approx n\times 90^\circ$

$n=-2$ のとき

$0.1\omega_1<\omega<10\omega_1$ で $\frac{dM}{du}=-2$

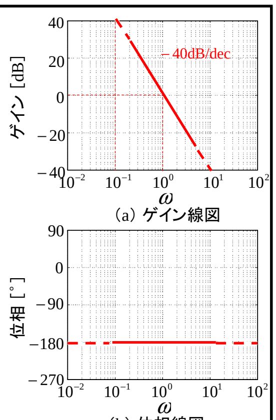
とすると

-40dB/dec

$\Rightarrow \angle G(j\omega_1)\approx -180^\circ$

2 重積分系

2 次系(高周波域)



(a) ゲイン線図
(b) 位相線図

39

ボード線図の利点

- システムを直列結合したもののボード線図は各システムのボード線図を単に加え合わせるだけで得られる.
- 折れ線近似が容易で，システムの概略特性を簡単に精度よく把握できる.
- 最小位相系では，ゲイン曲線から位相曲線の概略がわかる.
- 広い周波数帯域を1枚の図面で扱える.
- 実験データからボード線図を描くことも容易である.

40

むだ時間要素

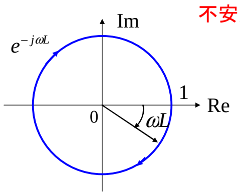
$$G(s)=e^{-sL}$$

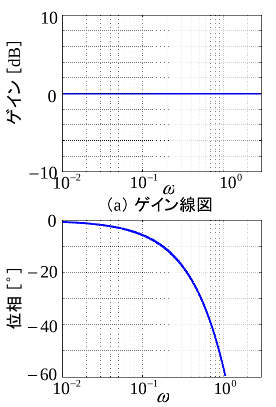
パデー近似

$$e^{-sL}\cong\frac{1-Ls/2}{1+Ls/2},$$

$$e^{-sL}\cong\frac{1-Ls/2+(Ls)^2/12}{1+Ls/2+(Ls)^2/12}$$

不安定零点





(a) ゲイン線図
(b) 位相線図

41