

9章演習問題【4】

制御対象が $P(s) = 1/(s + 1)$ と与えられたとき、制御系を安定化するとともに、目標値応答をモデル伝達関数 $G_M(s) = 5/(s + 5)$ の応答に一致させる制御系を設計したい。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) Fig. 1 のフィードバック制御系でこの制御仕様を満たすことが可能か。可能な場合 $K(s)$ を設計せよ。
- (2) Fig. 2 の2自由度制御系でこの制御仕様を満たすことが可能か。可能な場合 $F(s)$ と $K(s)$ を設計せよ。ただし、上記の(1)の制御器が存在する場合、これより感度特性が改善させるものを設計せよ。

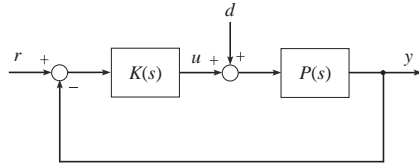


図 1: 図 9. 1

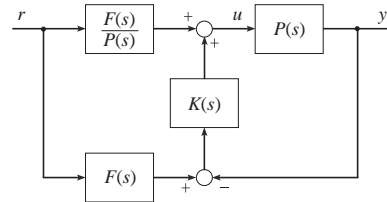


図 2: 図 9. 5

【解答】

(1)

$Q_1(s)$ を安定な自由パラメータとする。定理 9.1 のパラメータ表現

$$K_1(s) = \frac{Q_1(s)}{1 - P(s)Q_1(s)} \tag{1}$$

を用いると Fig. 1 の系では

$$y(s) = \frac{P(s)K_1(s)}{1 + P(s)K_1(s)} r(s) = \frac{P(s) \frac{Q_1(s)}{1 - P(s)Q_1(s)}}{1 + P(s) \frac{Q_1(s)}{1 - P(s)Q_1(s)}} r(s) = P(s)Q_1(s)r(s) \tag{2}$$

となる。よって、目標値応答をモデル伝達関数と一致させるためには

$$G_M(s) = P(s)Q_1(s) \tag{3}$$

を満たす安定な $Q_1(s)$ が存在すればよい。ここで

$$Q_1(s) = \frac{G_M(s)}{P(s)} = \frac{5}{(s + 5)} \cdot (s + 1) \tag{4}$$

は、安定であり、 $G_M(s) = P(s)Q_1(s)$ を満たすので、仕様を満足することができる。よって、 $K(s)$ は式(1)に式(4)を代入して以下のように求まる。

$$K(s) = \frac{Q_1(s)}{1 - P(s)Q_1(s)} = \frac{\frac{5(s+1)}{(s+5)}}{1 - \frac{1}{s+1} \frac{5(s+1)}{(s+5)}} = \frac{5(s+1)}{s+5-5} = \frac{5(s+1)}{s} \tag{5}$$

(2)

$Q_2(s)$ を安定な自由パラメータとする。目標値応答が $G_M(s)$ であることから、 $y(s) = F(s)r(s)$ の $F(s)$ は

$$F(s) = G_M(s) \tag{6}$$

と選ぶ。また、 $K(s)$ は定理 9.1 のパラメータ表現を用いて

$$K(s) = \frac{Q_2(s)}{1 - P(s)Q_2(s)} \tag{7}$$

とする。まず、(1)の系の感度特性は以下のとおりである。

$$S_1(s) = \frac{1}{1 + P(s)K_1(s)} = \frac{1}{1 + P(s)\frac{Q_1(s)}{1 - P(s)Q_1(s)}} = 1 - P(s)Q_1(s) \quad (8)$$

$$= 1 - \frac{1}{s+1} \frac{5(s+1)}{s+5} = \frac{s}{s+5} \quad (9)$$

そこで、制御対象の特性を用いて $Q_2(s)$ を以下のようにおく。

$$Q_2(s) = \frac{a(s+1)}{s+a} \quad (10)$$

ただし、 a はパラメータである。このとき、 $S_2(s)$ は以下のように導かれる。

$$S_2(s) = 1 - P(s)Q_2(s) \quad (11)$$

$$= 1 - \frac{1}{s+1} \frac{a(s+1)}{s+a} = \frac{s}{s+a} \quad (12)$$

$a = 1, a = 10$ とした場合の図を Fig. 3 に示す。このことから、 $a > 5$ としたときに低感度となることがわかる。よって、 $K(s)$ は式 (7) に式 (10) を代入することで導かれる。

$$K(s) = \frac{Q_2(s)}{1 - P(s)Q_2(s)} = \frac{\frac{a(s+1)}{s+a}}{1 - \frac{1}{s+1} \frac{a(s+1)}{s+a}} = \frac{a(s+1)}{s+a-a} = \frac{a(s+1)}{s} \quad (13)$$

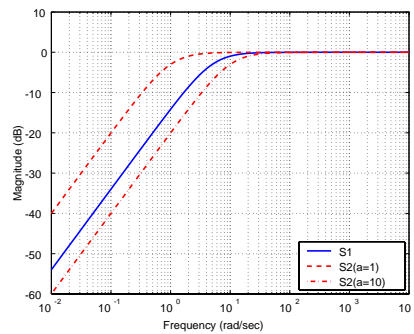


図 3: $S_1(s), S_2(s)$