

8章演習問題【2】

位相余裕 PM とピークゲイン M_r の関係 $PM \geq 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2M_r} \right)$ を示せ.

【解答】

図1より,

$$\sin \frac{PM}{2} = \frac{|1 + L(j\omega_{gc})|}{2} \quad (1)$$

である, 一方 ω_{gc} において, 閉ループゲイン $T(j\omega_{gc})$ は次式で表せる.

$$|T(j\omega_{gc})| = \left| \frac{L(j\omega_{gc})}{1 + L(j\omega_{gc})} \right| = \frac{1}{|1 + L(j\omega_{gc})|} \quad (2)$$

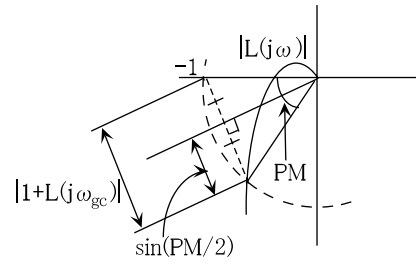


図 1: 関係図

(1), (2) 式から,

$$\sin \frac{PM}{2} = \frac{1}{2} \frac{1}{|T(j\omega_{gc})|} \quad (3)$$

を得る. また, ピークゲインの定義より,

$$M_r \geq |T(j\omega_{gc})| \quad (4)$$

であることから, (3) 式より $|T(j\omega_{gc})| = \frac{1}{2 \sin \frac{PM}{2}}$ を代入すると,

$$M_r \geq \frac{1}{2 \sin \frac{PM}{2}} \quad (5)$$

となり,

$$\sin \frac{PM}{2} \geq \frac{1}{2M_r} \quad (6)$$

を得る. したがって

$$PM \geq 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2M_r} \right) \quad (7)$$

が成立する.