

**8章演習問題【1】**

位相余裕  $PM \leq 90^\circ$  のとき,  $\omega_{gc} \leq \omega_{bw}$  (ゲイン交差周波数  $\leq$  バンド幅) となっていることを示せ.

**【解答】**

図 2 より,

$$\sin \frac{PM}{2} = \frac{|1 + L(j\omega_{gc})|}{2} \quad (1)$$

である, 一方  $\omega_{gc}$  において, 閉ループゲイン  $T(j\omega_{gc})$  は次式で表せる.

$$|T(j\omega_{gc})| = \left| \frac{L(j\omega_{gc})}{1 + L(j\omega_{gc})} \right| = \frac{1}{|1 + L(j\omega_{gc})|} \quad (2)$$

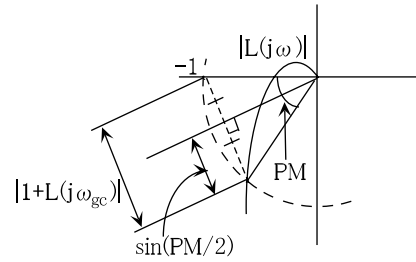


図 1: 関係図

(1) 式, (2) 式から,

$$\sin \frac{PM}{2} = \frac{1}{2} \frac{1}{|T(j\omega_{gc})|} \quad (3)$$

を得る. 位相余裕  $PM \leq 90^\circ$  のときは,  $\sin \frac{PM}{2} \leq \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$  より

$$|T(j\omega_{gc})| = \frac{1}{2 \sin \frac{PM}{2}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

となる. ここで, バンド幅の定義は  $|T(j\omega_{bw})| = \frac{1}{\sqrt{2}}$  である. したがって一般的な閉ループゲインは高周波で下がっていく (図 2 参照) ことから,  $|T(j\omega_{gc})| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$  となる  $\omega_{gc}$  は  $\omega_{bw}$  以下の周波数であるといえる. つまり

$$\omega_{gc} \leq \omega_{bw} \quad (5)$$

が成立する.

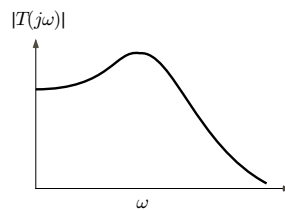


図 2: 閉ループゲイン特性