

7章演習問題【6】

いま制御対象 $P(s)$ の不安定極を p , 不安定零点を z とすると

$$S(p) = 0, \quad T(p) = 1$$

$$S(z) = 1, \quad T(z) = 0$$

なる条件 (補間拘束) を満たさなければならないことを示せ.

【解答】

いま, $P(s)$ の不安定極が p であるから, $P(p) = \infty$ となる. $P(s)$ と $K(s)$ の間には, 不安定な極零相殺はないので, $K(s)$ の分子多項式を因数分解しても因数 $(s-p)$ は含まれない. よって, $K(p) \neq 0$ である. したがって, $L(p)$ を考えると

$$L(p) = K(p)P(p) = \infty$$

となり,

$$S(p) = \frac{1}{1 + K(p)P(p)} = \frac{1}{\infty} = 0$$

が成り立つ. さらに, 感度関数と相補感度関数の間には $S(s) + T(s) = 1$ なる関係があるので,

$$T(p) = 1$$

となる.

また, 同様にして不安定零点 z について考えると $P(z) = 0$ である. いま不安定な極零相殺が無いとすると, $K(s)$ の分母多項式は $(s-z)$ を因数としてもたない, よって $K(z) \neq \infty$ である. したがって

$$L(z) = K(z)P(z) = 0$$

となり

$$S(z) = \frac{1}{1 + K(z)P(z)} = \frac{1}{1 + 0} = 1$$

となる. $S(z) + T(z) = 1$ という関係から

$$T(z) = 0$$

を得る.