## 7 章演習問題【1】

ノミナルモデル $P(s)$ と実際の制御対象 $\tilde{P}(s)$ の伝達関数が, それぞれ以下のようであったとする. 乗法的な不確かさの周波数重み $W_2(s)$ を定めよ.

$$
\begin{array}{lll}
(a) & P(s)=\frac{1}{s(T_1s+1)} & \tilde{P}(s)=\frac{1}{s(T_2s+1)} \\
(b) & P(s)=\frac{1}{T_1s+1} & \tilde{P}(s)=\frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \\
(c) & P(s)=\frac{1}{s+1} & \tilde{P}(s)=\frac{e^{-s}}{s+1}
\end{array}
$$

### 【解答】

乗法的な不確かさの周波数重み関数 $W_2(s)$ は $|\Delta(s)|\le 1$ の関係を用いると

$$\left|\frac{\tilde{P}(s)}{P(s)}-1\right| = |\Delta(s)W_2(s)| \le |\Delta(s)|\,|W_2(s)| \le |W_2(s)| \tag{1}$$

となることから, 最も無駄がない不確かさの大きさを考えれば

$$\left|\frac{\tilde{P}(s)}{P(s)}-1\right| = |W_2(s)| \tag{2}$$

となる $W_2(s)$ を求まればよい. なお, (c) に関しては教科書 p.134 例 7.4 および p.135 の図 7.8 を参考にするとよい.

(a) $P(s)=\frac{1}{s(T_1s+1)}$, $\tilde{P}=\frac{1}{s(T_2s+1)}$

$$\left|\frac{\tilde{P}(s)}{P(s)}-1\right| = \left|\frac{\frac{1}{s(T_2s+1)}}{\frac{1}{s(T_1s+1)}}-1\right| = \left|\frac{s(T_1s+1)}{s(T_2s+1)}-1\right| = \left|\frac{(T_1-T_2)s}{T_2s+1}\right|$$

よって,

$$\underline{W_2(s)=\frac{(T_1-T_2)s}{T_2s+1}}$$

となる.

(b) $P(s)=\frac{1}{T_1s+1}$, $\tilde{P}=\frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$

$$\left|\frac{\tilde{P}(s)}{P(s)}-1\right| = \left|\frac{\frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)}}{\frac{1}{T_1s+1}}-1\right| = \left|\frac{T_1s+1}{(T_1s+1)(T_2s+1)}-1\right| = \left|\frac{-T_2s}{T_2s+1}\right|$$

よって,

$$\underline{W_2(s)=\frac{T_2s}{T_2s+1}}$$

となる.

(c) $P(s)=\frac{1}{s+1}$, $\tilde{P}=\frac{e^{-s}}{s+1}$

$$\left|\frac{\tilde{P}(s)}{P(s)}-1\right| = \left|\frac{\frac{e^{-s}}{s+1}}{\frac{1}{s+1}}-1\right| = \left|e^{-s}-1\right|$$

Fig. 1 より, $|e^{-j\omega}-1| \leq 2$ である．したがって, 高周波での相対的な不確かさを考慮して $r_\infty = 2.1$ ($\cong$ 6.4 dB) と選ぶ．また, 相対的な不確かさの大きさが 1 倍を超えるところに注意して $\tau = 2.1$ ($\omega = 1/2.1 \cong 0.5$) と選ぶ．よって, 教科書 p.134 に示される式 (7.10) に代入して

$$W_2(s) = \frac{\tau s}{(\tau/r_\infty)s+1} = \frac{2.1s}{(2.1/2.1)s+1} = \frac{2.1s}{s+1}$$

となる．

**注意:** $W_2(s)$ の選び方は, Fig. 1 の破線を覆うように設定すれば上記に限られることはない．しかし, 低周波で 20dB の傾きを持っているために 1 次の伝達関数を用いているのがよい．そこで $r_\infty = 2$ とすると, $\omega = 3$[rad/sec] 付近でも覆うために Fig. 2 のように低周波での不確かさを大きく見積もってしまうことになる．よって, $r_\infty$ を少し大きくすることにより, すべての周波数帯域で大きく見積もらないようにしている．

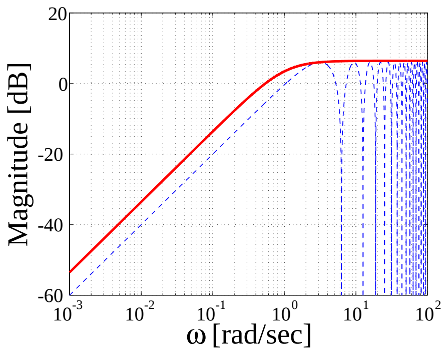


図 1: 周波数重み関数

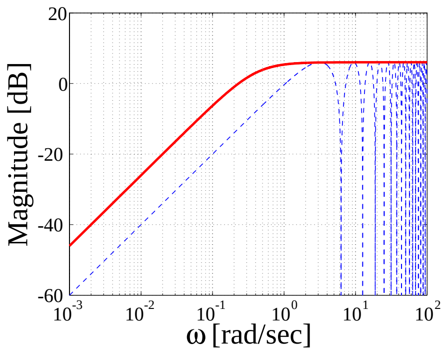


図 2: 周波数重み関数