

6章演習問題【1】

図1のフィードバック制御系で、 $P(s)$ 、 $K(s)$ が次式で与えられているとする。式(3)~(6)の四つの伝達関数を計算し、内部安定性を調べよ。

(a) $P(s) = \frac{s-1}{s+1}$, $K(s) = \frac{1}{s-1}$

(b) $P(s) = \frac{1}{s^2-1}$, $K(s) = \frac{s-1}{s+1}$

$$P(s) = \frac{N_P(s)}{D_P(s)}, \quad K(s) = \frac{N_K(s)}{D_K(s)} \quad (1)$$

$$\phi(s) := D_P(s)D_K(s) + N_P(s)N_K(s) \quad (2)$$

$$G_{ur}(s) = \frac{K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{D_P(s)N_K(s)}{\phi(s)} \quad (3)$$

$$G_{ud}(s) = \frac{-P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{-N_P(s)N_K(s)}{\phi(s)} \quad (4)$$

$$G_{yr}(s) = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{N_P(s)N_K(s)}{\phi(s)} \quad (5)$$

$$G_{yd}(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{N_P(s)D_K(s)}{\phi(s)} \quad (6)$$

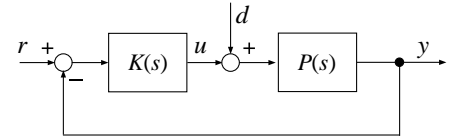


図1: フィードバック系

【解答】

(a)

$$P(s) = \frac{s-1}{s+1}, \quad K(s) = \frac{1}{s-1} \quad (7)$$

4つの伝達関数は

$$G_{ur}(s) = \frac{K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{s+1}{(s+1)(s-1) + (s-1)} = \frac{s+1}{(s-1)(s+2)} \quad (8)$$

$$G_{ud}(s) = \frac{-P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{-(s-1)}{(s+1)(s-1) + (s-1)} = \frac{-1}{s+2} \quad (9)$$

$$G_{yr}(s) = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{s-1}{(s+1)(s-1) + (s-1)} = \frac{1}{s+2} \quad (10)$$

$$G_{yd}(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{(s-1)^2}{(s+1)(s-1) + (s-1)} = \frac{s-1}{s+2} \quad (11)$$

となる。 G_{ud} 、 G_{yr} 、 G_{yd} は安定であるが、 G_{ur} は不安定極 $s = 1$ をもつので不安定となる。よって、内部安定でない。

また特性多項式においても、

$$\phi(s) = (s+1)(s-1) + (s-1) = (s-1)(s+2) \quad (12)$$

となり、 $s = 1$ を極としてもつので、内部安定でないことが確認できる。

(b)

$$P(s) = \frac{1}{s^2-1}, \quad K(s) = \frac{s-1}{s+1} \quad (13)$$

4つの伝達関数は

$$G_{ur}(s) = \frac{K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{(s^2 - 1)(s - 1)}{(s + 1)(s - 1) + (s - 1)} = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 2s + 2} \quad (14)$$

$$G_{ud}(s) = \frac{-P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{-(s - 1)}{(s + 1)(s - 1) + (s - 1)} = \frac{-1}{s^2 + 2s + 2} \quad (15)$$

$$G_{yr}(s) = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{s - 1}{(s + 1)(s - 1) + (s - 1)} = \frac{1}{s^2 + 2s + 2} \quad (16)$$

$$G_{yd}(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{s + 1}{(s + 1)(s - 1) + (s - 1)} = \frac{s + 1}{(s - 1)(s^2 + 2s + 2)} \quad (17)$$

となる。 G_{ur} , G_{ud} , G_{yr} は安定であるが, G_{yd} は不安定極 $s = 1$ をもつので不安定となる。 よって, 内部安定でない。

また特性多項式においても,

$$\phi(s) = (s^2 - 1)(s + 1) + (s - 1) = (s - 1)(s^2 + 2s + 2) \quad (18)$$

となり, $s = 1$ を極としてもつので, 内部安定でないことが確認できる。