

4章演習問題【3】

図1のフィードバック系において

$$P(s) = \frac{2}{(s+2)^2}, \quad K(s) = 2 \quad (1)$$

とする。このとき、つぎの問いに答えよ。

- (1) この系では $y(s) = G_{yr}(s)r(s) + G_{yd}(s)d(s)$ という関係が成り立つ。伝達関数 $G_{yr}(s)$ と $G_{yd}(s)$ を求めよ。
- (2) ステップ状の目標値と外乱 $r(t) = 2$, $d(t) = 4$ が同時に加わったとき、 $y(t)$ の定常値を計算せよ。

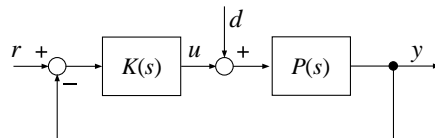


図1: フィードバック系

【解答】

(1)

図1から次の式が成立する。

$$\begin{aligned} y(s) &= ((r(s) - y(s))K(s) + d(s))P(s) \\ (1 + P(s)K(s))y(s) &= P(s)K(s)r(s) + P(s)d(s) \\ y(s) &= \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)}r(s) + \frac{P(s)}{1 + P(s)K(s)}d(s) \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 式に $P(s) = \frac{2}{(s+2)^2}$, $K(s) = 2$ を代入することにより、

$$\frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{\frac{2}{(s+2)^2} \cdot 2}{1 + \frac{2}{(s+2)^2} \cdot 2} = \frac{4}{(s+2)^2 + 4} = \frac{4}{s^2 + 4s + 8} \quad (3)$$

$$\frac{P(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{\frac{2}{(s+2)^2}}{1 + \frac{2}{(s+2)^2} \cdot 2} = \frac{2}{(s+2)^2 + 4} = \frac{2}{s^2 + 4s + 8} \quad (4)$$

(2) 式は、

$$y(s) = \frac{4}{s^2 + 4s + 8}r(s) + \frac{2}{s^2 + 4s + 8}d(s) \quad (5)$$

となる。よって、 $y(s) = G_{yr}(s)r(s) + G_{yd}(s)d(s)$ と比較して、 $G_{yr}(s)$, $G_{yd}(s)$ は

$$\underline{G_{yr}(s) = \frac{4}{s^2 + 4s + 8}, G_{yd}(s) = \frac{2}{s^2 + 4s + 8}} \quad (6)$$

となる。

(2)

 $y(t)$ の定常値 y_s は次のように計算することができる.

$$y_s = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sy(s) \quad (7)$$

目標値 $r(t) = 2$, 外乱 $d(t) = 4$ をラプラス変換をすると

$$\mathcal{L}[r(t)] = \frac{2}{s}, \quad \mathcal{L}[d(t)] = \frac{4}{s} \quad (8)$$

となる. よって, 目標値 $r(s) = \frac{2}{s}$, 外乱 $d(s) = \frac{4}{s}$ が同時に加わったとき定常値は,

$$\begin{aligned} y_s &= \lim_{s \rightarrow 0} sy(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s(G_{yr}(s)r(s) + G_{yd}(s)d(s)) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{4}{s^2 + 4s + 8} \cdot \frac{2}{s} + \frac{2}{s^2 + 4s + 8} \cdot \frac{4}{s} \right) \\ &= \frac{4}{8} \cdot 2 + \frac{2}{8} \cdot 4 \\ &= \underline{2} \end{aligned} \quad (9)$$

となる.