3 章演習問題【10】

伝達関数の分母多項式が以下で与えられるとき, システムが安定か否か判別せよ.

(a) s^3+2s^2+s+3

(b) $s^4+2s^3+5s^2+3s+1$

(c) $s^4+2s^3+2s^2+3s+1$

(d) $s^5+2s^4+4s^3+6s^2+3s+4$

【解答】

(a) s^3+2s^2+1s+3

(1) ラウスの安定判別法による解法

係数はすべて正となっているので, 条件 R の (ii) を満たしていることが分かる. 次に, ラウス表を作成する.

ラウス表から, ラウス数列がすべて正でないことが分かる. よって, 条件 R の (i) を満たしていないため システムは不安定 となる.

ラウス表 [10](a)

s^3	1	1	0
s^2	2	3	0
s	$-\frac{1}{2}=\frac{2\times1-1\times3}{2}$	$0=\frac{2\times0-1\times0}{2}$	0
s^0	$3=\frac{(-1/2)\times3-2\times0}{-1/2}$	0	0

(2) フルビッツの安定判別法による解法

係数はすべて正となっているので, 条件 H の (ii) を満たしていることが分かる. 次に, 行列 H を作成する.

$$H=\begin{pmatrix}2&3&0\\1&1&0\\0&2&3\end{pmatrix}$$

小行列式は

$$H_1=2,\quad H_2=\begin{vmatrix}2&3\\1&1\end{vmatrix}=-1,\quad H_3=\begin{vmatrix}2&3&0\\1&1&0\\0&2&3\end{vmatrix}=-3,$$

となる. これより $H_1\sim H_4$ がすべて正でないことが分かる. よって, 条件 H の (i) を満たしていないため システムは不安定 となる.

注意

係数がすべて正であることから, 簡略化したフルビッツの安定判別法より H_2 が正であることを確認することで判定してもよい.

(b) $s^4+2s^3+5s^2+3s+1$

(1) ラウスの安定判別法による解法

係数はすべて正となっているので, 条件 R の (ii) を満たしていることが分かる. 次に, ラウス表を作成する.

ラウス表から, ラウス数列がすべて正であることが分かる. よって, 条件 R の (i) を満たしているため システムは安定 となる.

ラウス表 [10](b)

s^4	1	5	1
s^3	2	3	0
s^2	$\frac{7}{2}=\frac{2\times5-1\times3}{2}$	$1=\frac{2\times1-1\times0}{2}$	0
s	$\frac{17}{7}=\frac{7/2\times3-2\times1}{7/2}$	0	
s^0	$1=\frac{17/7\times1-7/2\times0}{17/7}$		

(2) フルビッツの安定判別法による解法

係数はすべて正となっているので, 条件 H の (ii) を満たしていることが分かる. 次に, 行列 H を作成する.

$$H=\begin{pmatrix}2&3&0&0\\1&5&1&0\\0&2&3&0\\0&1&5&1\end{pmatrix}$$

小行列式は

$$H_1=2,\quad H_2=\begin{vmatrix}2&3\\1&5\end{vmatrix}=7,\quad H_3=\begin{vmatrix}2&3&0\\1&5&1\\0&2&3\end{vmatrix}=17,\quad H_4=\begin{vmatrix}2&3&0&0\\1&5&1&0\\0&2&3&0\\0&1&5&1\end{vmatrix}=17$$

となる. これより $H_1\sim H_4$ がすべて正であることが分かる. よって, 条件 H の (i) を満たしているため システムは安定 となる.

注意

係数がすべて正であることから, 簡略化したフルビッツの安定判別法より H_3 が正であることを確認することで判定してもよい.

(c) $s^4+2s^3+2s^2+3s+1$

(1) ラウスの安定判別法による解法

係数はすべて正となっているので, 条件 R の (ii) を満たしていることが分かる. 次に, ラウス表を作成する.

ラウス表から, ラウス数列がすべて正でないことが分かる. よって, 条件 R の (i) を満たしているため システムは不安定 となる.

ラウス表 [10](c)

s^4	1	2	1
s^3	2	3	0
s^2	$\frac{1}{2}=\frac{2\times2-1\times3}{2}$	$1=\frac{2\times1-1\times0}{2}$	0
s	$-1=\frac{1/2\times3-2\times1}{1/2}$	0	
s^0	$1=\frac{(-1)\times1-1/2\times0}{-1}$		

(2) フルビッツの安定判別法による解法

係数はすべて正となっているので, 条件 H の (ii) を満たしていることが分かる. 次に, 行列 H を作

成する.

$$H=\begin{pmatrix}2&3&0&0\\1&2&1&0\\0&2&3&0\\0&1&2&1\end{pmatrix}$$

小行列式は

$$H_1=2,\quad H_2=\begin{vmatrix}2&3\\1&2\end{vmatrix}=1,\quad H_3=\begin{vmatrix}2&3&0\\1&2&1\\0&2&3\end{vmatrix}=-1,\quad H_4=\begin{vmatrix}2&3&0&0\\1&2&1&0\\0&2&3&0\\0&1&2&1\end{vmatrix}=-1$$

となる. これより $H_1\sim H_4$ がすべて正でないことが分かる. よって, 条件 H の (i) を満たしていないため システムは不安定 となる.

注意

係数がすべて正であることから, 簡略化したフルビッツの安定判別法より H_3 が正であることを確認することで判定してもよい.

(d) $s^5+2s^4+4s^3+6s^2+3s+4$

(1) ラウスの安定判別法による解法

係数はすべて正となっているので, 条件 R の (ii) を満たしていることが分かる. 次に, ラウス表を作成する.

ラウス表から, ラウス数列において s の行が 0 となる. よって, s^2 の行の 1 列目を s^2 の係数, 2 列目を定数項として補助方程式を

$$f(s)=4s^2+4$$

と作り, これを s で微分する (p.60 参照).

$$\frac{d}{ds}f(s)=8s$$

ラウス表 [10](d)

s^5	1	4	3
s^4	2	6	4
s^3	$1=\frac{2\times4-1\times6}{2}$	$1=\frac{2\times3-1\times4}{2}$	
s^2	$4=\frac{1\times6-2\times1}{1}$	$4=\frac{1\times4-2\times0}{1}$	
s	$0=\frac{4\times1-1\times4}{4}$		

s	8
s^0	$4=\frac{8\times4-4\times0}{8}$

よって, 条件 R を満たしているが $f(s)=0$ の根が $s=\pm j$ なので不安定根を 2 個持つ. よって, 極の実部が負ではないので条件 A を満たしていなくシステムは不安定 となる.

(2) フルビッツの安定判別法による解法

係数はすべて正となっているので, 条件 H の (ii) を満たしていることが分かる. 次に, 行列 H を作成する.

$$H=\begin{pmatrix}2&6&4&0&0\\1&4&3&0&0\\0&2&6&4&0\\0&1&4&3&0\\0&0&2&6&4\end{pmatrix}$$

小行列式は

$$H_1 = 2, \quad H_2 = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 2, \quad H_3 = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 6 \end{vmatrix} = 8$$

$$H_4 = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 0, \quad H_5 = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

となる．これより $H_1 \sim H_5$ がすべて正ではないことが分かる．よって, 条件 H の (i) を満たしていないため システムは不安定 となる.

注意

係数がすべて正であることから, 簡略化したフルビッツの安定判別法より H_2, H_4 が正であることを確認することで判定してもよい.