

3章演習問題【2】

伝達関数が $G(s) = \frac{s-b}{(s+1)^2}$ ($b \neq 0$) である系のステップ応答を $y(t)$ とする。このとき、不安定な零点が存在すれば、定常値 $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ の符号と初期速度 $\dot{y}(0)$ の符号が逆になる、すなわち逆ぶれが起こることを示せ。

【解答】

ラプラス変換の最終値の定理より、

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} G(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \\ &= G(0) \\ &= \underline{-b < 0}\end{aligned}\tag{1}$$

となる。また、初期値の定理より、

$$\begin{aligned}\dot{y}(0) &= \lim_{s \rightarrow \infty} sG(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s(s-b)}{(s+1)^2} \\ &\approx \frac{s^2}{s^2} \\ &= \underline{1 > 0}\end{aligned}\tag{2}$$

となり、定常値 $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ と初期速度 $\dot{y}(0)$ の符号が逆になっていることがわかる。