

**3章演習問題【1】**

ある1次系のステップ応答  $y(t)$  の定常値および初期速度を調べると

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 3, \quad \dot{y}(0) = 15 \quad (1)$$

であった。この系の伝達関数を求めよ。

**【解答】**

1次系の伝達関数は

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} \quad (2)$$

の形で与えられる。ただし、 $T, K$  は正定数である。

システムのインパルス応答は、伝達関数を逆ラプラス変換したものであるので、

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\frac{K}{T}}{s + \frac{1}{T}}\right] = \frac{k}{T}e^{-\frac{t}{T}} \quad (3)$$

となる。ステップ応答は、インパルス応答を積分して

$$y(t) = \int_0^t \frac{K}{T}e^{-\frac{\tau}{T}} d\tau = \frac{K}{T} [-Te^{-\frac{\tau}{T}}]_0^t = K(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (4)$$

となる。これより、ステップ応答の定常値及び初期速度はそれぞれ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = K(1 - 0) = K \quad (5)$$

$$\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = \left. \frac{K}{T}e^{-\frac{t}{T}} \right|_{t=0} = \frac{K}{T} \quad (6)$$

となる。

(5), (6) 式と問題

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 3, \quad \dot{y}(0) = 15 \quad (7)$$

を比較することにより

$$K = 3 \quad (8)$$

$$\frac{K}{T} = 15 \quad (9)$$

となる。よって、 $T, K$  はそれぞれ

$$K = 3 \quad (10)$$

$$T = 0.2 \quad (11)$$

と求まる。ゆえに求める伝達関数は、

$$\underline{G(s) = \frac{3}{0.2s + 1}} \quad (12)$$

となる。