論文紹介
“Vision-based Distributed Coordination and Flocking of Multi-agent Systems”

FHL-07-06-2

石野　知宏

概要

- ２次元システムのモデリング
- 分散制御則
- 収束性の解析
- ３次元システムへの拡張
- まとめ

2次元システムのモデリング（各エージェント）

平面上におけるN個のエージェントを考える。以下 $i=1\ldots N$

$N_i=\{j \mid i\sim j\}\subseteq\{1,\ldots,N\}\setminus\{i\}$: iが観測できるエージェントの集団

エージェントは一定の速さvで動くと仮定

$$\begin{cases}\dot{x}_i=v\cos\theta_i\\ \dot{y}_i=v\sin\theta_i\\ \dot{\theta}_i=\omega_i\end{cases}$$:状態方程式

$(x_i,y_i),(\dot{x}_i,\dot{y}_i)$: iの位置，速度

$$\theta_i=\tan^{-1}\left(\frac{y_i}{x_i}\right)$$

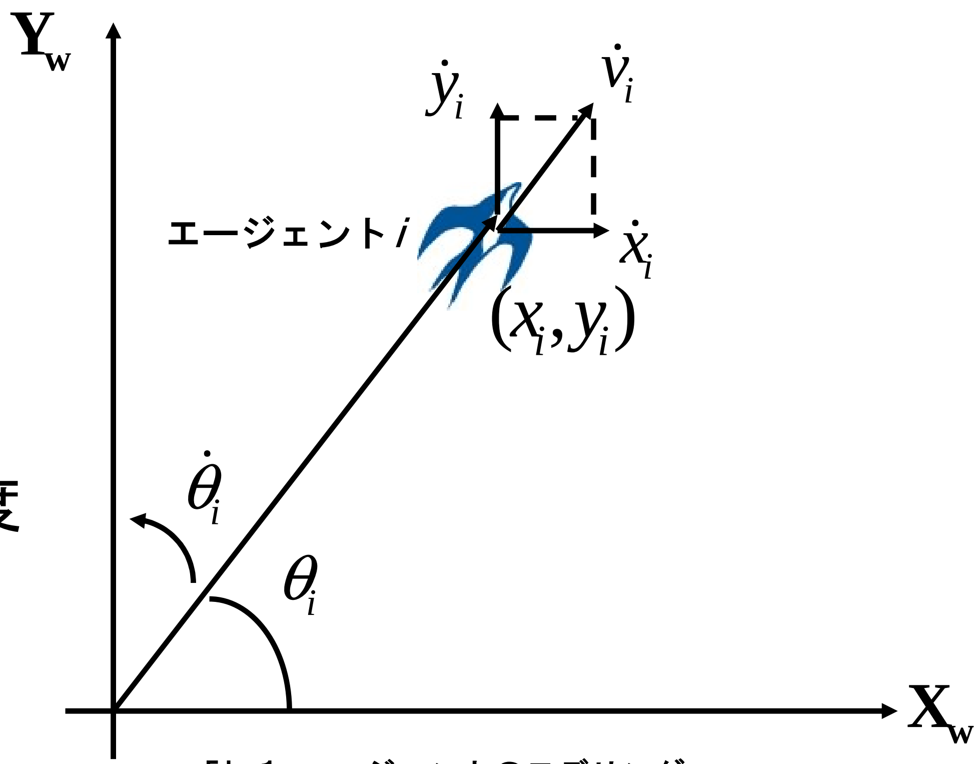


Fig1. エージェントのモデリング

２次元システムのモデリング（グラフ）

エージェント全体のモデルをグラフG＝{V, E}で表す

Gは固定、連結、無向と仮定する

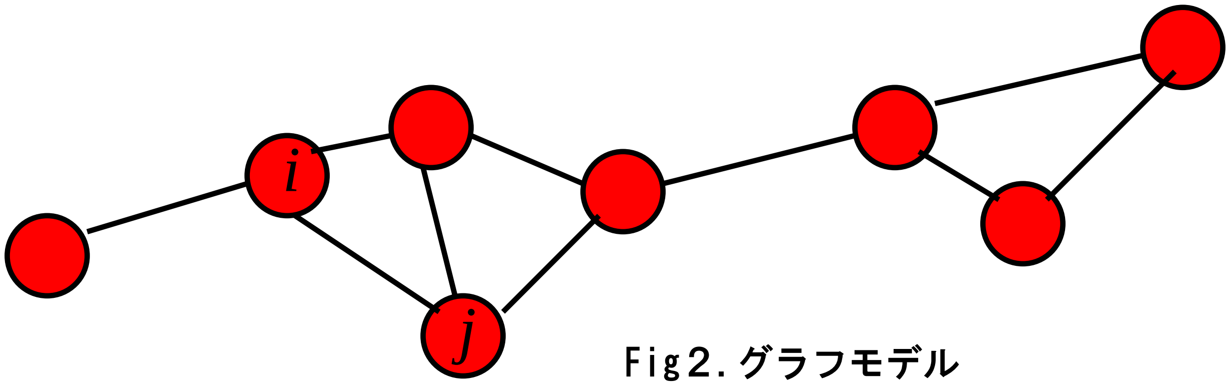


Fig2. グラフモデル

E　：2つのエージェント間の通信を辺とみなした辺集合

V　：エージェントを点とみなした点集合

固定：どのエージェントも通信相手は不変であること

連結：孤立したエージェントが存在しないこと

無向：エージェント間の通信は双方向であること

群れ

定義：①全てのエージェントが同じ速度ベクトルをもつ

②エージェント間の距離が一定になる

①，②が成り立つことを、群れが達成されるという

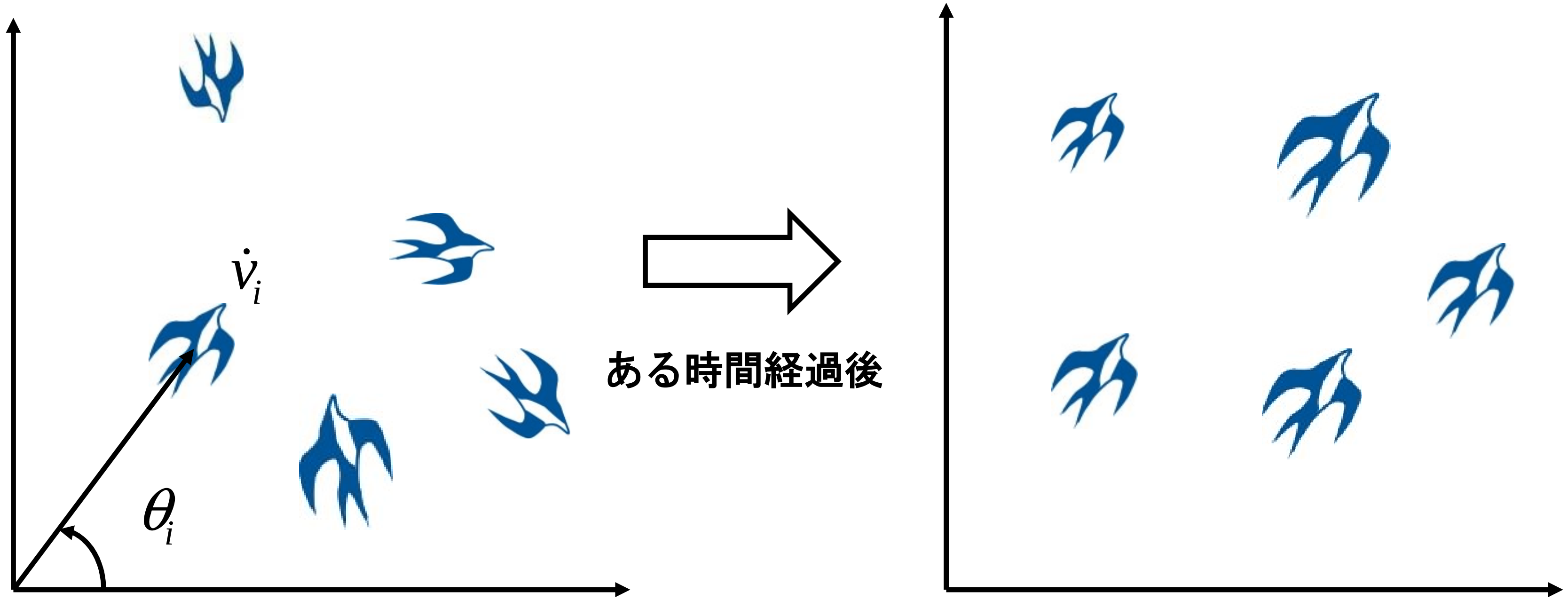


Fig3. 群れ

目標：エージェント集団が群れを成すように制御入力 ω_i を設計する

収束性の解析(1)

入力を $\dot{\theta}_i = \omega_i = -\sum_{j \in N_i} \frac{v}{l_{ij}} \sin(\theta_i - \theta_j)$ として群れの達成を調べる

このとき $\dot{\theta} = \omega = [\omega_1, \ldots, \omega_n]^T = -BW \sin(B^T \theta)$

$= -BW(\theta) B^T \theta$ とできる

$$W = \mathrm{diag}\{\frac{v}{l_{ij}}\}$$

$$W(\theta) = \mathrm{diag}\{\frac{v}{l_{ij}} \mathrm{sinc}(\theta_i - \theta_j)\}$$

$$\sin\mathrm{c}(x) = \frac{\sin x}{x}$$

条件 : $v, l_{ij} > 0 \quad -\frac{\pi}{2} < \theta_{ij} < \frac{\pi}{2}$

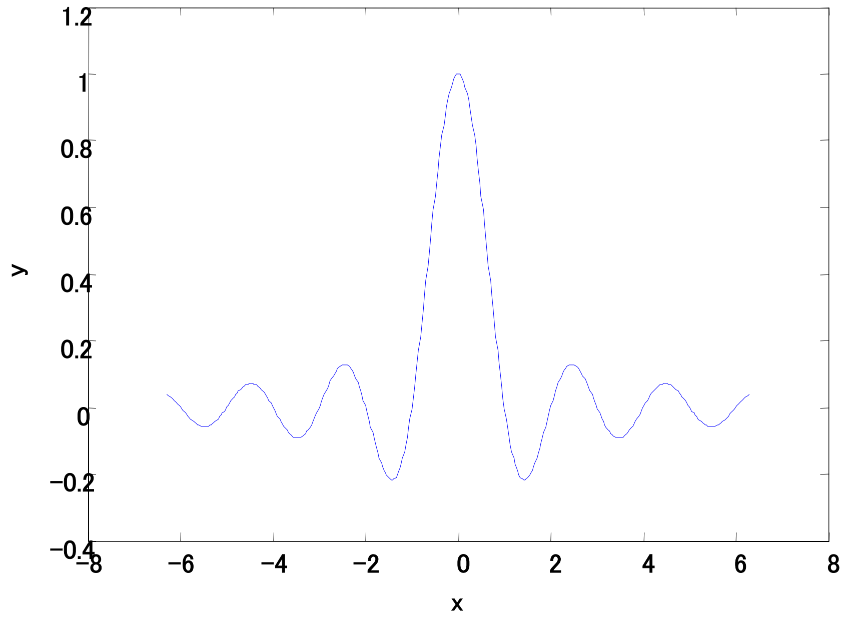


Fig4. y=sinc(x)のグラフ

収束性の解析(2)

$U = \frac{1}{2}\theta^T\theta$ を定める　　$U = \frac{1}{2}\theta^T\theta > 0 \ \ (\theta \neq 0$のとき$)$

ｉ) $U = \frac{1}{2}\theta^T\theta > 0 \ \ (\theta \neq 0$のとき$)$

ⅱ) $\dot{U} = \dot{\theta}^T\theta = -\theta^T BW(\theta)B^T\theta = -\hat{\theta}^T W(\theta)\hat{\theta} \leq 0 \quad (\hat{\theta} = B^T\theta)$

$(\because \hat{\theta}^T W(\theta)\hat{\theta}$は2次形式の標準形で$W(\theta)$の対角要素は正$)$

ⅲ) $\dot{U} = 0 \Leftrightarrow B^T\theta = 0 \Leftrightarrow \theta_1 = \theta_2 \ldots = \theta_n$

また $\theta_1 = \theta_2 \ldots = \theta_n$ のとき入力式から $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 \ldots = \dot{\theta}_n = 0$

$B^T\theta = 0$ の集合に含まれる最大不変集合は $\theta_1 = \theta_2 \ldots = \theta_n = \bar{\theta}$

収束性の解析(3)

ｉ),ⅱ),ⅲ)より、ラサールの不変原理を適用すると

$\theta_1 = \theta_2 ... = \theta_n = \overline{\theta}(t \to \infty)$ (全エージェントの角度が一致)

各エージェントは一定の速さvで動く

よって、全エージェントの速度ベクトルは一致

定義の①は成り立つ

$$\lim_{t \to \infty} \dot{l}_{ij} = \lim_{t \to \infty} 2v \sin(\frac{\theta_i - \theta_j}{2}) \cos(\frac{\theta_i - \theta_j}{2} + \beta_{ij}) = 0$$

(エージェント間の距離が一定)

定義の②も成り立つ

エージェント集団は群れをなす

分散制御則（2次元）

平面上で*N*個のエージェントを考える。以下*i*＝1…*N*

▪ モデリング

エージェント*i*の状態方程式：
$$\begin{cases} \dot{x}_i = v\cos\theta_i \\ \dot{y}_i = v\sin\theta_i \\ \dot{\theta}_i = \omega_i \end{cases}$$

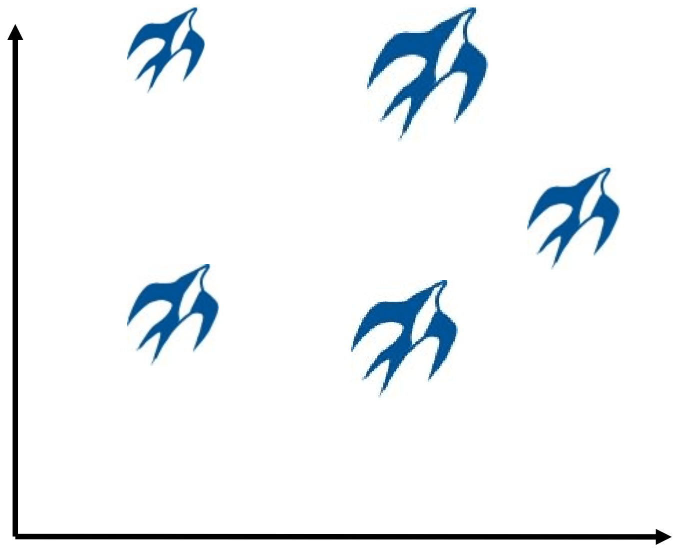
速さ v は一定

$$-\frac{\pi}{2} < \theta_i < \frac{\pi}{2}$$

エージェント全体を表すグラフは固定、連結、無向と仮定

▪ 制御入力

$$\omega_i = -\sum_{j \in N_i} \frac{v}{l_{ij}} \sin(\theta_i - \theta_j)$$

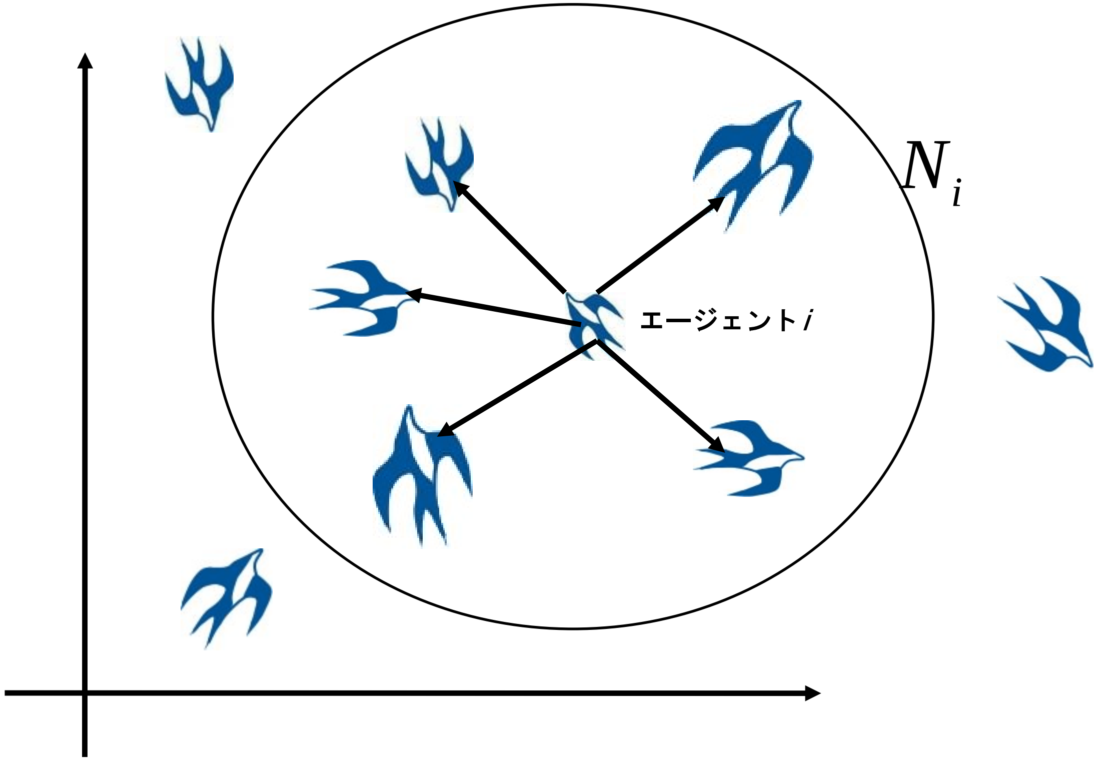


▪ 定理

エージェント集団は群れをなす

視覚情報を導入

$N_i = \{ j \mid i \sim j \} \subseteq \{1, \ldots, N\} \setminus \{i\}$: iが観測できるエージェントの集団



エージェントiが測定できる情報に基づいた制御則を導出する

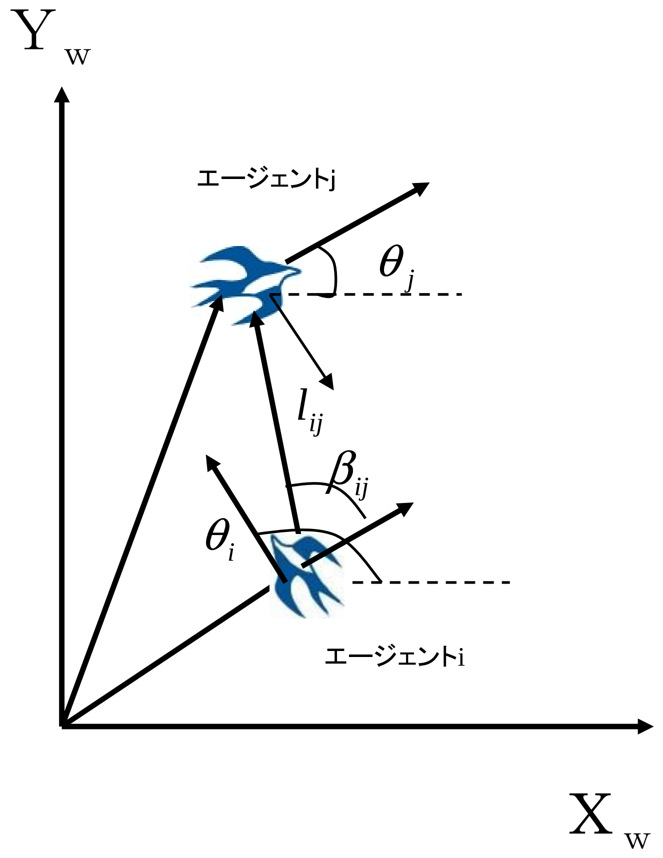
エージェントiとjの位置関係

距離 : $l_{ij} = (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2$

相対角度 : $\beta_{ij} = \tan^{-1}\left(\dfrac{y_j - y_i}{x_j - x_i}\right) - \theta_i + \dfrac{\pi}{2}$

衝突時間 : $\tau_{ij} = \dfrac{l_{ij}}{\dot{l}_{ij}}$

仮定 : エージェントiは以下の3つを測できる



β_{ij} : i座標における iとjの相対角度

$\dot{\beta}_{ij}$: 姿勢の変化率

τ_{ij} : 衝突時間

制御則の等価変換

$\theta_i . \theta_j$ （測定できない値）に関する制御入力式から

$\dot{\beta}_{ij}, \beta_{ij}, \pi_{ij}$ （測定できる値）に関する制御入力式にする

（導出）

距離と相対角度の時間微分の結果から

$$\sum_{j \in N_i} \frac{1}{\pi_{ij}} \cos \beta_{ij} - \sum_{j \in N_i} (\omega_i + \dot{\beta}_{ij}) \sin \beta_{ij} = \sum_{j \in N_i} \frac{v}{l_{ij}} \sin(\theta_i - \theta_j)$$

右辺に制御則 $\omega_i = -\sum_{j \in N_i} \frac{v}{l_{ij}} \sin(\theta_i - \theta_j)$ を入れて

$\omega_i = \dfrac{1}{1 - \sum_{j \in N_i} \sin \beta_{ij}} \sum_{j \in N_i} (\dot{\beta}_{ij} \sin \beta_{ij} - \dfrac{1}{\pi_{ij}} \cos \beta_{ij})$ を得る

3次元システムのモデリング（各エージェント）

仮定：各エージェントの速さは常に1

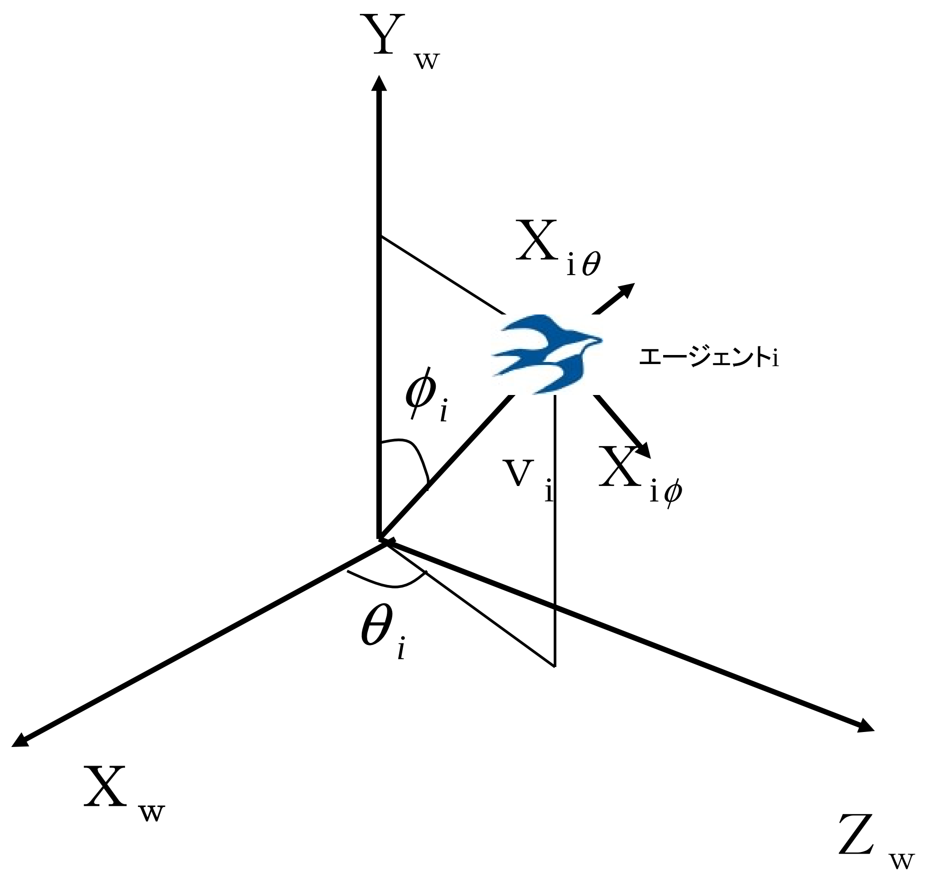
$$v_i = \begin{pmatrix} \cos\theta_i \sin\phi_i \\ \sin\theta_i \sin\phi_i \\ \cos\phi_i \end{pmatrix}$$

ϕ_i ：iの姿勢角

θ_i ：iの方向角

$$\dot{v}_i = \dot{\theta}_i \sin\phi_i \begin{pmatrix} -\sin\theta_i \\ \cos\theta_i \\ 0 \end{pmatrix} + \dot{\phi}_i \begin{pmatrix} \cos\theta_i \cos\phi_i \\ \sin\theta_i \cos\phi_i \\ -\sin\phi_i \end{pmatrix}$$

$$= U_{i\theta} X_{i\theta} + U_{i\phi} X_{i\phi}$$



$X_{i\theta}, X_{i\phi}$ ：θ, ϕ方向の単位ベクトル

$U_{i\theta}, U_{i\phi}$ ：iの制御入力

分散制御則(3次元)

定理

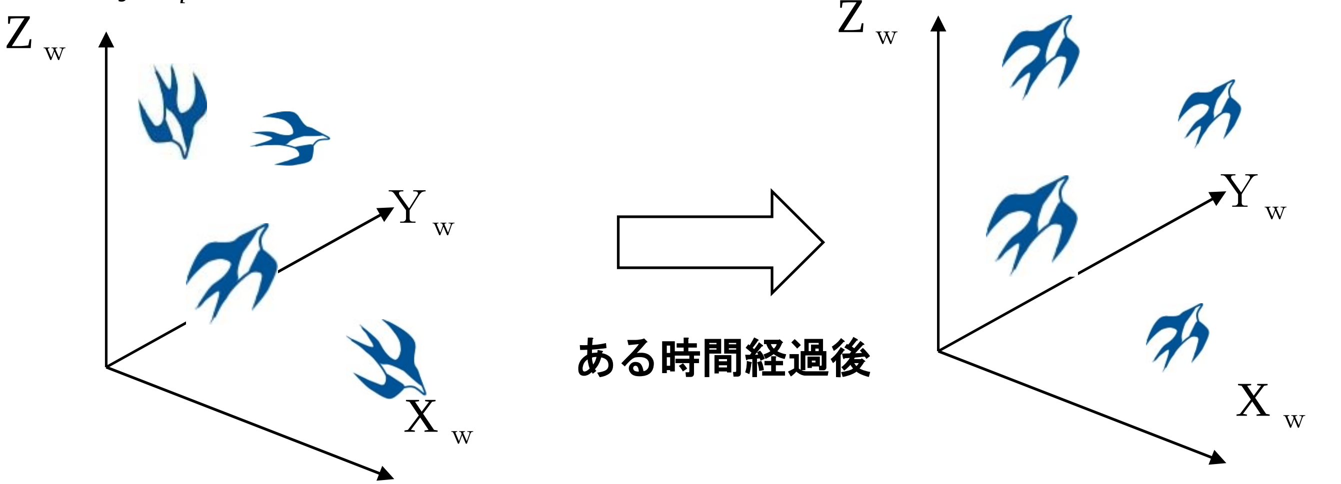
グラフGは固定、連結、無向と仮定

次の2式の制御入力により、エージェント集団は群れをなす

$$U_{\theta_i} = -\sum_{j \in N_i} \sin\phi_i \sin(\theta_i - \theta_j)$$

$$\dot{v}_i$$

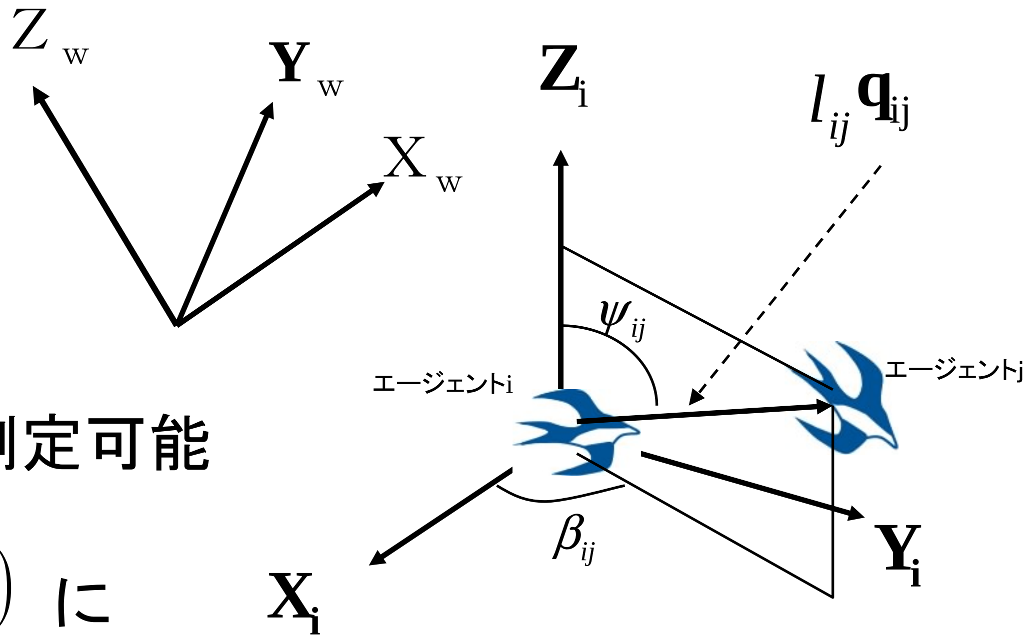
$$U_{\phi_i} = -\sum_{j \in N_i} (\sin\phi_i \cos\phi_j - \sin\phi_j \cos\phi_i \cos(\theta_i - \theta_j))$$



制御則の等価変換（3次元）

β_{ij} : iとjの相対方向角度

ψ_{ij} : iとjの相対姿勢角度



仮定： $\beta_{ij},\psi_{ij},\dot{\beta}_{ij},\dot{\psi}_{ij},\tau_{ij}$ は測定可能

$$\sum_{j\in N_j}\dot{Q}_{ij}=-\sum_{j\in N_j}(\omega\times Q_{ij})+\sum_{j\in N}(v_j-v_i)$$ に

(optical flow equation)

$$Q_{ij}=l_{ij}q_{ij}=\begin{pmatrix} l_{ij}\sin\psi_{ij}\cos\beta_{ij} \\ l_{ij}\sin\psi_{ij}\sin\beta_{ij} \\ l_{ij}\cos\psi_{ij}\end{pmatrix},\quad \omega_i=\sum_{j\in N_i}v_i\times v_j=\begin{pmatrix}-U_{i\theta}\\ U_{i\phi}\\ 0\end{pmatrix}$$ を代入する

まとめ

発表内容

- 視覚情報に基づく分散制御則の課題

今後の課題

- シミュレーション
- グラフ理論