モデル予測制御とハイブリッドシステムへの適用の紹介

FL07-04-2

山田 照樹

アウトライン

1．線形システムのモデル予測制御

- モデル予測制御の概要
- 閉ループ系の安定性

2．ハイブリッドシステムのモデル予測制御

- マルチパラメトリック計画法
- 計算の複雑度の低減化
- 動的計画法に基づく計算手法

3．まとめ

アウトライン

1．線形システムのモデル予測制御

- モデル予測制御の概要
- 閉ループ系の安定性

2．ハイブリッドシステムのモデル予測制御

- マルチパラメトリック計画法
- 計算の複雑度の低減化
- 動的計画法に基づく計算手法

3．まとめ

モデル予測制御の概要

モデル予測制御の成立過程

- プロセス現場における経験的な制御
- 適応制御(一般化予測制御)からの発展
- 最適制御 (optimal control) からの発展

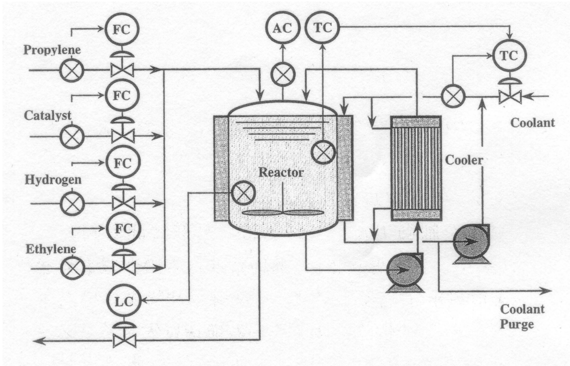


Fig : 化学プラント

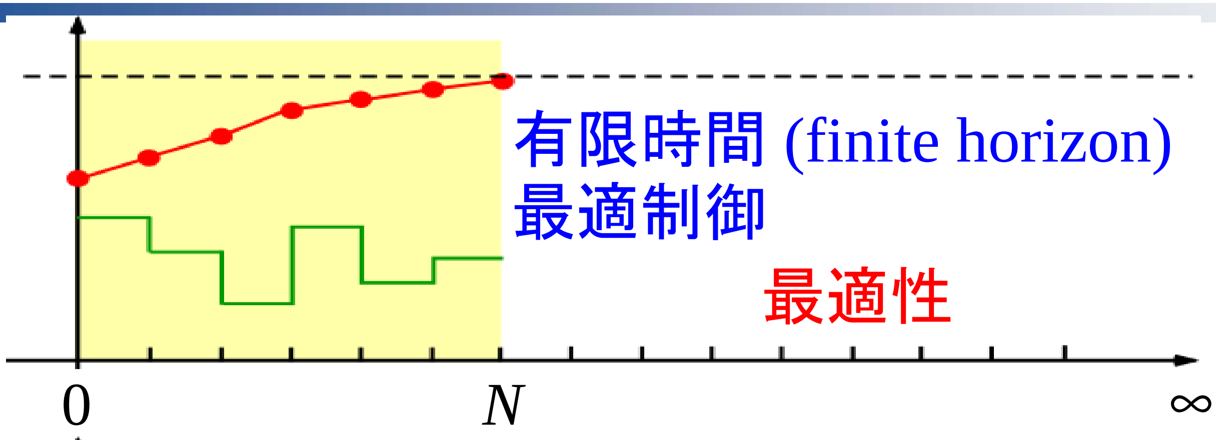
大嶋, 関, “モデル予測制御-V”

有限時間区間 (finite horizon) の最適制御を，時刻が進むにつれて評価時間区間を先へずらして進めていく

receding horizon (moving horizon)
の考え方に基づくアドバンストな最適化制御

制約条件の考慮．プランニングなど上位の制御

最適制御とモデル予測制御



有限時間 (finite horizon)
最適制御

最適性

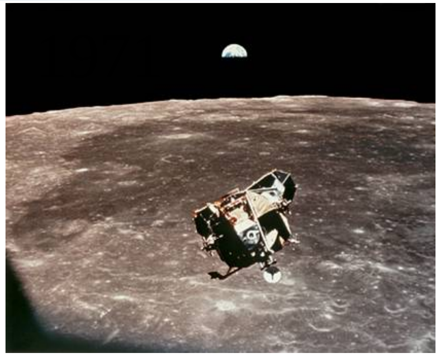
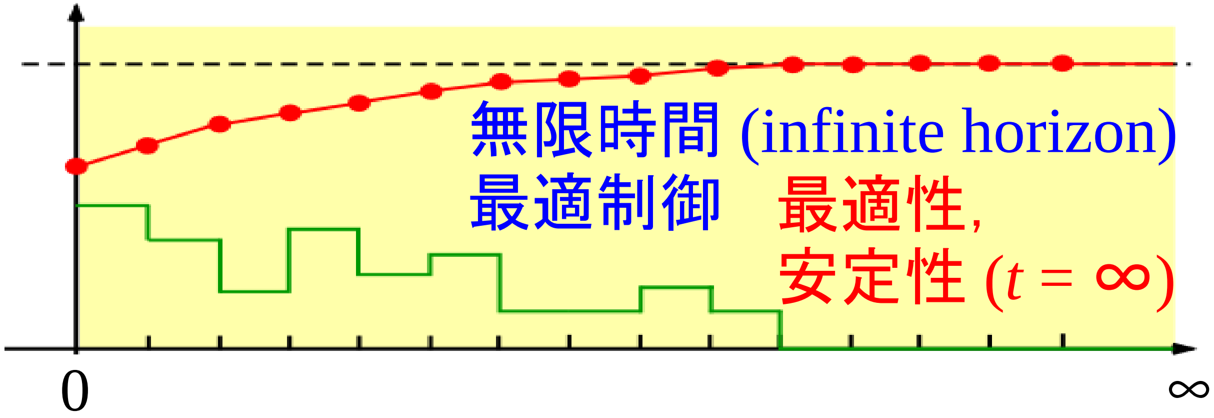


Fig : アポロ15号 “NASA”



無限時間 (infinite horizon)
最適制御　最適性,
安定性 ($t = \infty$)

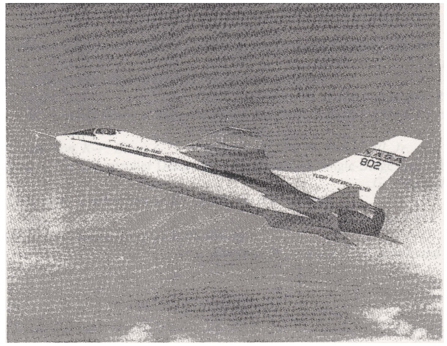
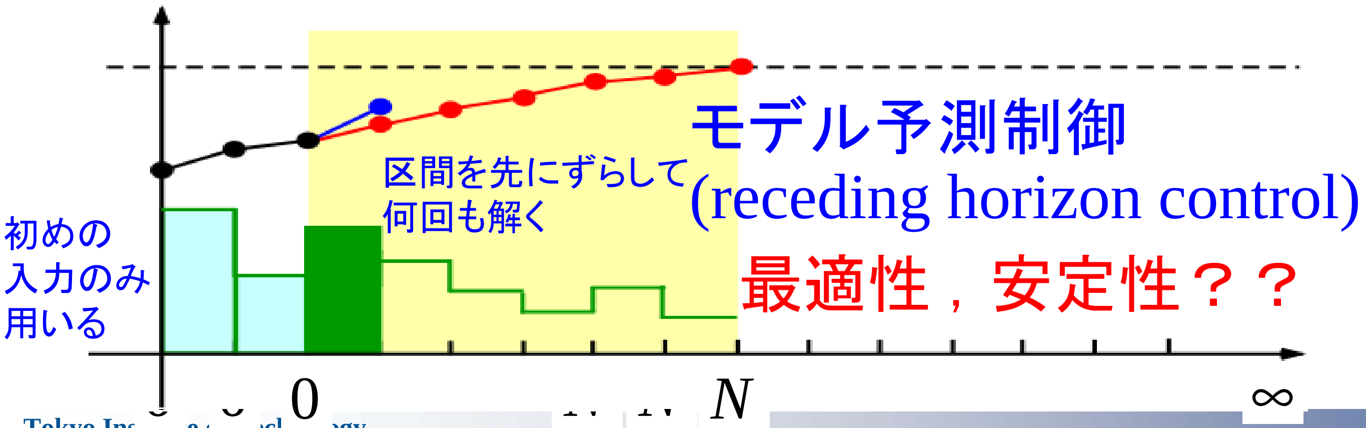


Fig : F-8



モデル予測制御
(receding horizon control)

最適性，安定性？？

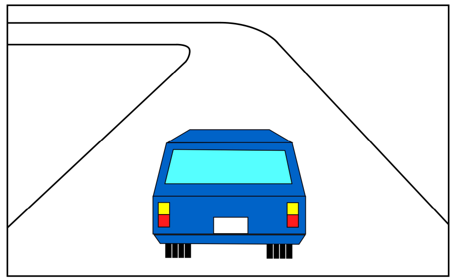


Fig : 車

最適制御問題の定式化

制約条件つきの最適制御問題（optimal control problem）

$$\mathcal{P}_N(x) : \min_u \left\{ V_N(x,u) \middle| u \in \mathcal{U}_N(x),\, x(N) \in \mathcal{X}_f \right\}$$

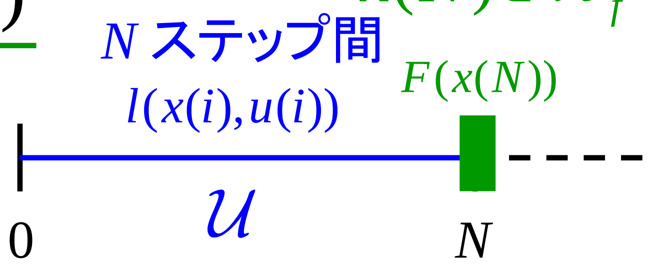
$\mathcal{U}_N(x)$: 入力と状態に関する制約を満たす入力列集合

コスト（評価関数）

$\mathcal{X}, \mathcal{X}_f$: 状態と終端状態に関する状態集合

$$V_N(x,u) = \sum_{i=0}^{N-1} \underline{l(x(i),u(i))} + \underline{F(x(N))}$$

$x(N) \in \mathcal{X}_f$



$\underline{l(x(i),u(i))}$: stage cost

$\underline{F(x(N))}$: terminal cost

$$l(x(i),u(i)) > 0,\ l(0,0) = 0,\ F(x(N)) > 0$$

例 線形システムの評価関数

stage cost $\quad l(x(i),u(i)) = x(i)^T Q x(i) + u(i)^T R u(i)$

terminal cost $\quad F(x(N)) = x^T(N) P_f x(N) \qquad Q \geq 0,\ R > 0$

モデル予測制御とは

モデル予測制御では

$$u^o(x) \in \mathcal{U}_N(x)$$

最適入力系列の最初の操作量 $u^o(0;x)$ のみを制御対象に適用

制御則 $\kappa_N(x) := u^o(0;x)$

$$u^o(x) = \{u^o(0;x), u^o(1;x), \cdots, u^o(N-1;x)\}$$

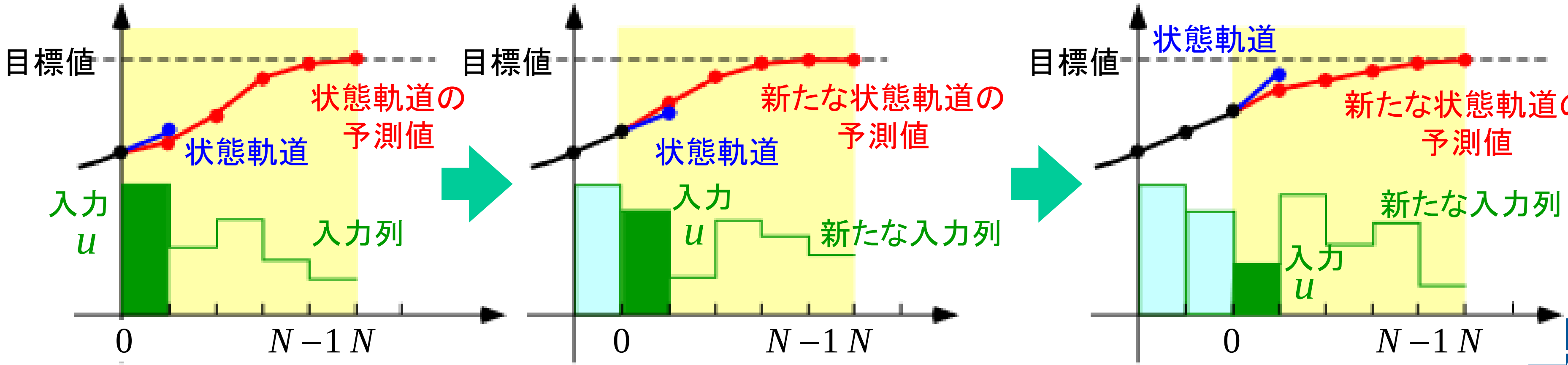
最適制御問題における N ステップの区間を一つ先に進めながら，最適制御問題を繰り返し解く．

receding horizon (moving horizon)

$$u = \kappa_N(x)$$

という入力を繰り返しくわえる．

モデル予測制御



アウトライン

1．線形システムのモデル予測制御

✓ モデル予測制御の概要

➢ 閉ループ系の安定性

2．ハイブリッドシステムのモデル予測制御

➢ マルチパラメトリック計画法

➢ 計算の複雑度の低減化

➢ 動的計画法に基づく計算手法

3．まとめ

線形システムの無限時間最適制御の安定性

離散時間線形システム　$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$

評価関数（∞）　$V_\infty(x,u) = \sum_{i=0}^{\infty} \underbrace{\left(x^T(i)Qx(i) + u^T(i)Ru(i)\right)}_{l(x(i),u(i))}$

最適入力　$\underline{u^o(k) = Kx(k)}$　$K = -\left(R + B^T \underline{P} B\right)^{-1} B^T \underline{P} A$

（安定化制御則）

代数リカッチ方程式　$\underline{P} = A^T \underline{P} A - A^T \underline{P} B\left(R + B^T \underline{P} B\right)^{-1} B^T \underline{P} A + Q$

最適コスト　$V_\infty^o(k) = V_\infty(x(k), u^o(k)) = x(k)^T Px(k)$

安定性　$\Delta V_\infty^o = V_\infty^o(k+1) - V_\infty^o(k)$

$= x(k+1)^T Px(k+1) - x(k)^T Px(k)$

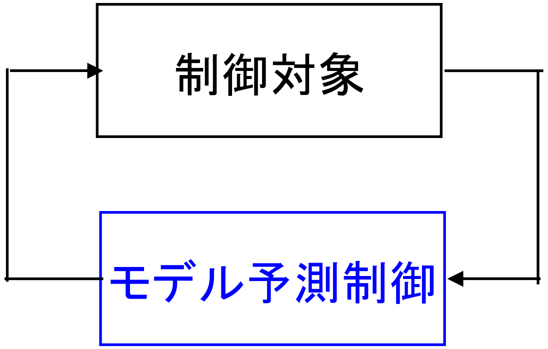
$= -l\left(x(k), u^o(k)\right) \leq 0$（等号は$x(k)=u(k)=0$のみ）

最適コスト$V_\infty^o(k)$をリアプノフ関数とみれば，安定性がいえる．

最適入力 $\underline{u^o(k) = Kx(k)}$ は安定化制御則となっている．

安定性のための終端制約集合と終端コスト

閉ループ系の安定性



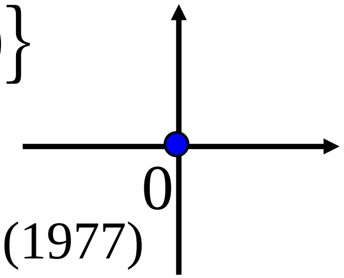
オープンループの最適制御問題

閉ループ系の安定性？

終端制約集合 X_f

終端等式制約 $x(N)=0$

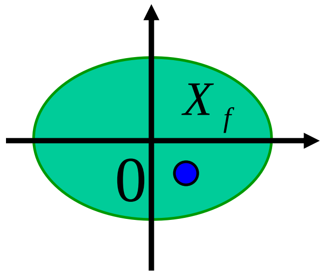
$X_f=\{0\}$



Kwon and Pearson (1977)

緩和

$x(N)\in X_f$



X_f は原点近傍

安定性 → 終端制約集合 X_f

終端コスト $F(x(N))$

評価関数 $$V_N(x,u)=\sum_{i=0}^{N-1} l(x(i),u(i)) + \boxed{F(x(N))}$$

$$\boxed{F(x(N))}=x(N)^T P_f x(N)$$

P_f → 大

$x(N)$ → 小

安定性 → 終端コスト $F(x(N))$

線形システムのモデル予測制御の安定性条件

線形システム $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad x(0) = x_0$

評価関数 $V_N(x,u) = \sum_{k=0}^{N-1} l(x(k),u(k)) + F(x(N))$

入力制約 $u(k) \in \mathcal{U} \qquad k = 0, \ldots, N-1$

状態制約 $x(k) \in \mathcal{X} \qquad k = 0, \ldots, N$

終端制約 $x(N) \in \mathcal{X}_f \subset \mathcal{X}$

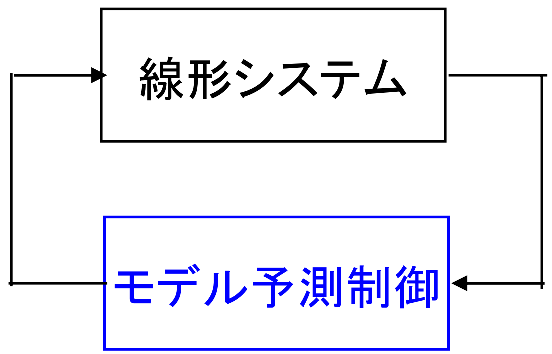
<u>線形システムに対するモデル予測制御の安定条件</u>

A1： $\mathcal{X}_f \subset \mathcal{X}$, X_fは閉集合, $0 \in \mathcal{X}_f$

A2： $\kappa_f(x) = Kx \in \mathcal{U}, \ {}^{\forall}x \in \mathcal{X}_f$

A3： $(A + BK)x \in \mathcal{X}_f, \ {}^{\forall}x \in \mathcal{X}_f$

A4： $[\Delta F + l](x, Kx) \leq 0, \ {}^{\forall}x \in \mathcal{X}_f$



F terminal cost

l stage cost

$\kappa_f(x) = Kx$ feasible control law

$\Delta F = F((A + BK)x) - F(x)$

線形システムのモデル予測制御の安定性

線形システム $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$ $x(0) = x_0$

入力制約 $u(k) \in \mathcal{U}$ $k = 0, \ldots, N-1$

状態制約 $x(k) \in \mathcal{X}$ $k = 0, \ldots, N$

終端制約 $x(N) \in \mathcal{X}_f \subset \mathcal{X}$

評価関数 $$V_N(x,u) = \sum_{i=0}^{N-1} \underbrace{\left(x^T(i)Qx(i) + u^T(i)Ru(i)\right)}_{\text{ステージコスト}} + \underbrace{x^T(N)P_f\, x(N)}_{\text{終端コスト}}$$

閉ループ系の安定性をいうのに重要な要素（線形システム）

- 終端制約集合 $\mathcal{X}_f$ は最大出力許容集合 $\mathcal{O}_\infty$ が使える.
- 終端ステップ以降の可解な制御則の存在 $\kappa_f(x) = Kx$

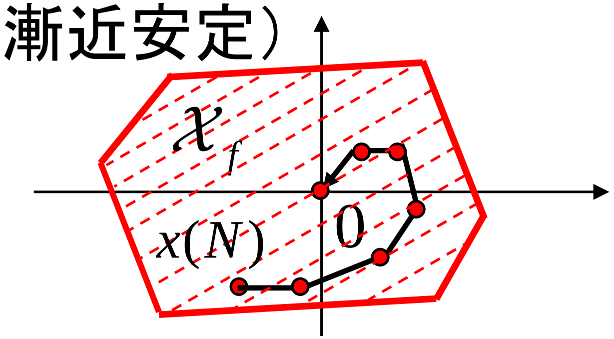
  $K = -(R + B^T P_f B)^{-1} B^T P_f A \longleftarrow$ ∞時間の最適制御則
- 終端コスト $F(x(N)) = x^T(N)P_f\, x(N)$ $\Delta F(x) + l(x, \kappa_f(x)) \leq 0$

終端制約集合の選び方

終端制約集合 $\mathcal{X}_f$ $\longrightarrow$ 可解な制御則 $\kappa_f(x)=Kx$ が存在する領域

（閉ループ系 $x(k+1)=(A+BK)x(k)$ は0 に漸近安定）

1. 入力制約　$u(k)\in\mathcal{U}$　$k=0,\ldots,N-1$
2. 状態制約　$x(k)\in\mathcal{X}$　$k=0,\ldots,N$
3. 終端制約　$x(N)\in\mathcal{X}_f\subset\mathcal{X}$



可解な制御則 $\kappa_f(x)=Kx$

$\mathcal{X}_f$ 内部の状態 x に対して，以後，以下の条件が常に満たされている必要がある．

1. 入力制約 ➡ $K(A+BK)^k x\in\mathcal{U}$　$k=0,1\ldots,\infty$
2. 状態制約 ➡ $(A+BK)^k x\in\mathcal{X}$　$k=0,1\ldots,\infty$

⬇

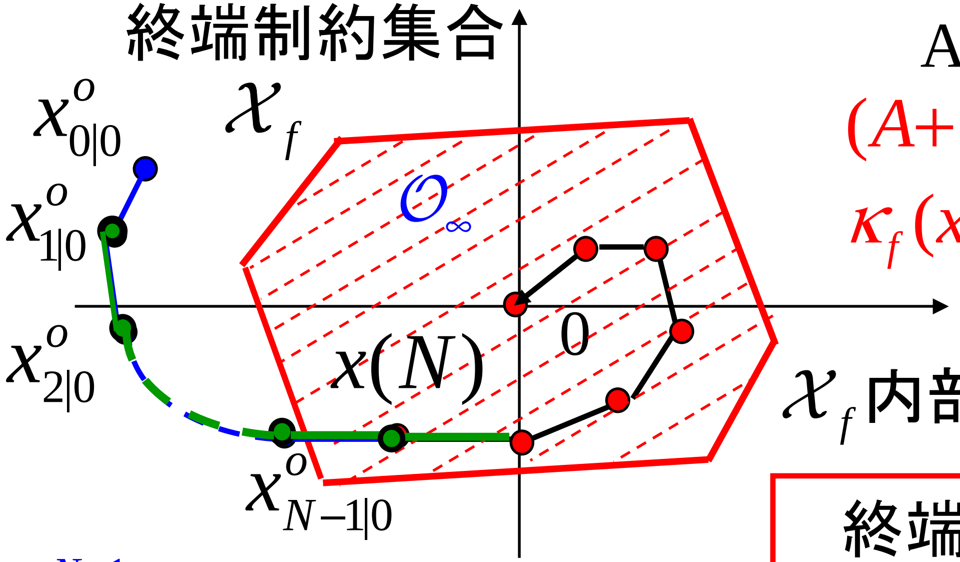
終端制約集合 $\mathcal{X}_f$ は, 最大出力許容集合 $\mathcal{O}_\infty$ をとる.

$$\mathcal{O}_\infty=\{x\,|\,K(A+BK)^k x\in\mathcal{U},(A+BK)^k x\in\mathcal{X}\quad\text{for } k=0,1,\ldots,\infty\}$$

$\mathcal{O}_\infty$ は，制約条件を常に満足するような最大の正の不変集合

可解性と安定性，終端コストと安定性

最適入力
$u^o_{0|0}$



A2，A3の条件より

$(A+BK)x\in\mathcal{X}_f,\ {}^{\forall}x\in\mathcal{X}_f$

$\kappa_f(x)=Kx\in\mathcal{U},\ {}^{\forall}x\in\mathcal{X}_f$

$\mathcal{X}_f$内部で$\kappa_f(x)$は可解な入力

終端コスト

$$F(x(N))=\sum_{k=N}^{\infty} l(x(k),\kappa_f(x(k)))$$

$$V^o_N(x^o_{0|0})=\sum_{k=0}^{N-1} l(x^o_{k|0},u^o_{k|0})\ +F(x(N))$$

$$V_N(x^o_{1|0})=\sum_{k=0}^{N-1} l(x^o_{k|0},u^o_{0|0})\ \underline{-l(x^o_{0|0},u^o_{0|0})}+l(x(N),\kappa_f(x(N)))+F(x(N+1))$$

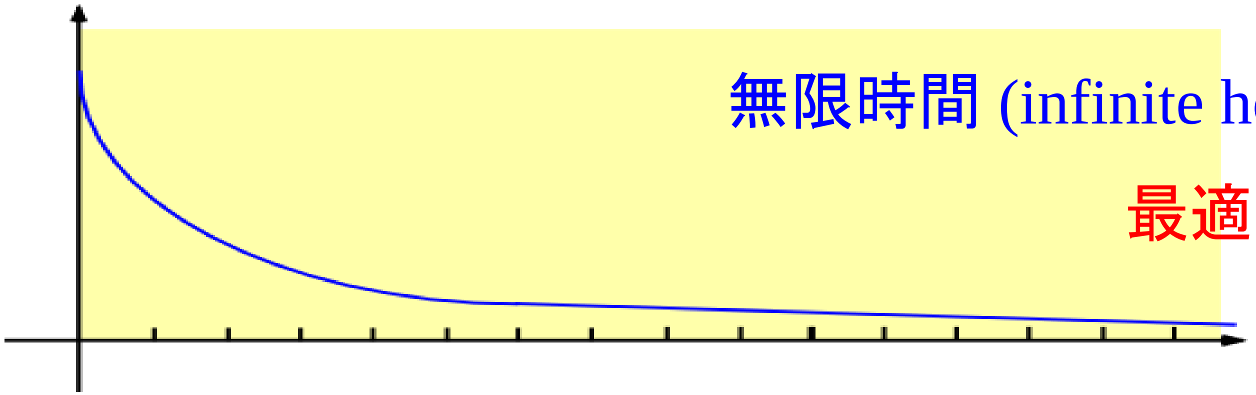
$$V^o_N(x^o_{1|0})\le V_N(x^o_{1|0}),\ \sum_{k=0}^{N-1} l(x^0_{k|0},u^0_{k|0})=V^o_N(x^o_{0|0})-F(x(N))$$

$$V^o_N(x^o_{1|0})\le V^o_N(x^o_{0|0})-l(x^o_{0|0},u^o_{0|0})+\underbrace{\Delta F(x(N))+l(x(N),\kappa_f(x(N)))}_{\le 0}$$

A4 $\le (V^0_N(x_{0|0})$

$-\,l(x(0),u^o_{0|0}))$

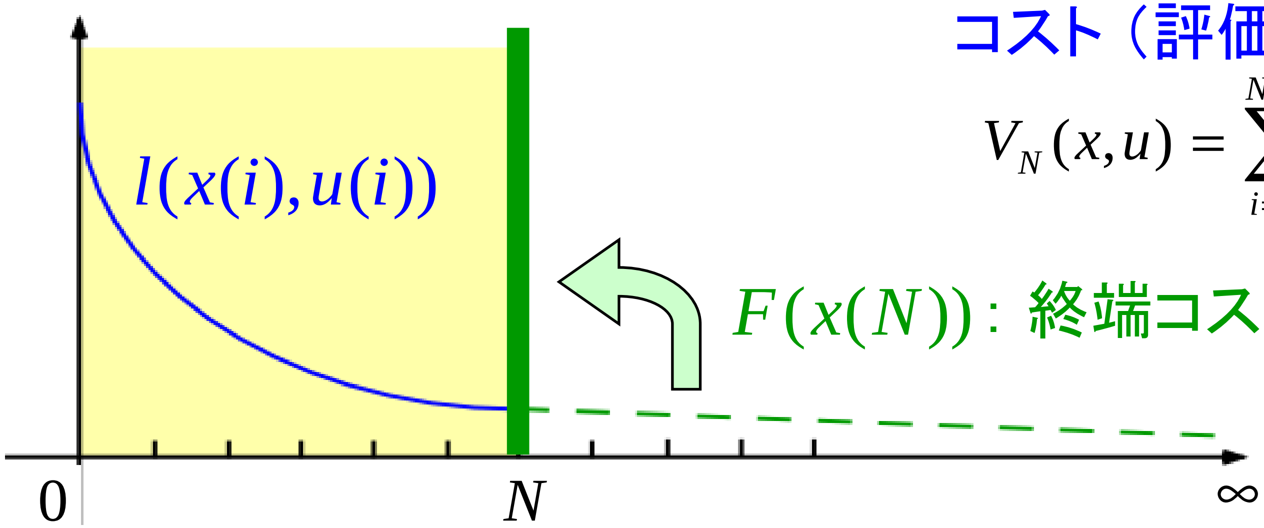
終端コストの意味づけ



無限時間 (infinite horizon) 最適制御

最適性，安定性 $(t = \infty)$

モデル予測制御 (receding horizon control)



コスト（評価関数）

$$V_N(x,u) = \underline{\sum_{i=0}^{N-1} l(x(i),u(i))} + \underline{F(x(N))}$$

$F(x(N))$：終端コスト (terminal cost)

$\underline{F(x(N))}$: $N \sim \infty$ までのコストを込める ➡ 無限時間最適制御の安定性

無限時間最適制御と有限時間最適制御

離散時間線形システム $x(k+1)=Ax(k)+Bu(k)$

無限時間最適制御の評価関数

最適入力 $u^o(k)=Kx(k)$

$K=-\left(R+B^TPB\right)^{-1}B^TPA$

$$V_\infty(x,u)=\sum_{i=0}^{\infty}\left(x^T(i)Qx(i)+u^T(i)Ru(i)\right)$$

$$=\sum_{i=0}^{N-1}\left(x^T(i)Qx(i)+u^T(i)Ru(i)\right)+\sum_{i=N}^{\infty}\left(x^T(i)Qx(i)+u^T(i)Ru(i)\right)$$

$N\sim\infty$ の最適なコスト

モデル予測制御の評価関数

$$V_N(x,u)=\sum_{i=0}^{N-1}\left(x^T(i)Qx(i)+u^T(i)Ru(i)\right)+x(N)^TP_fx(N)$$

終端に込める!

$x(N)\in\mathcal{X}_f$ (終端制約)

制約条件

$u(k)\in\mathcal{U}\quad k=0,\ldots,N-1$

$x(k)\in\mathcal{X}\quad k=0,\ldots,N$

$x(N)\in\mathcal{X}_f\subset\mathcal{X}$

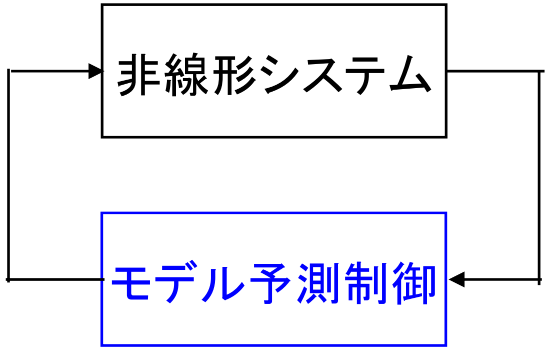
$\mathcal{X}_f$ における可解な制御入力

$\kappa_f(x)=Kx(k)$

$K=-\left(R+B^TP_fB\right)^{-1}B^TP_fA$

非線形モデル予測制御の安定条件

非線形モデル予測制御の安定条件



A1 : $X_f \subset \mathcal{X}$, X_f は閉集合, $0 \in X_f$

A2 : $\kappa_f(x) \in \mathcal{U}, \ ^\forall x \in X_f$

A3 : $f(x, \kappa_f(x)) \in X_f, \ ^\forall x \in X_f$

A4 : $[\Delta F + l](x, \kappa_f(x)) \leq 0, \ ^\forall x \in X_f$

A3 : 終端制約集合 X_f が正の不変集合(positive invariant set)

A4 : 終端コスト $F(x)$ は (局所的な) リアプノフ関数 (control Lyapunov function) となる

A1-A3 : 入力と状態に関する制約および終端制約が満たされている

↓

可能解の存在性 (feasibility)

アウトライン

1．線形システムのモデル予測制御

- ✓ モデル予測制御の概要
- ✓ 閉ループ系の安定性

2．ハイブリッドシステムのモデル予測制御

- ➢ マルチパラメトリック計画法
- ➢ 計算の複雑度の低減化
- ➢ 動的計画法に基づく計算手法

3．まとめ

線形離散時間システムの最適制御

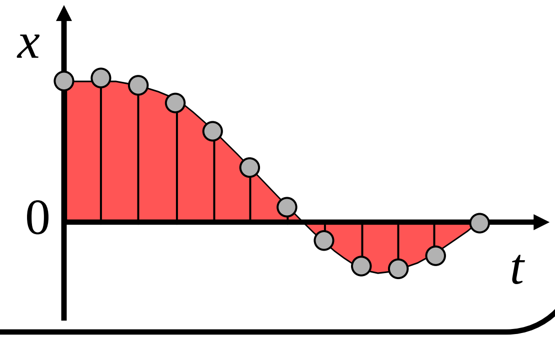
状態方程式

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

最適制御問題

$$\min_{\{u_0,\cdots,u_{N-1}\}} \sum_{k=0}^{N-1} \left(x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k) \right) + x^T(N)Px(N)$$

線形システムに対し, 評価関数 J を最小にする制御問題



最適レギュレータ(LQR)

$$u(t) = Kx(t)$$

$P(t)$: リカッチ方程式の解

$$K = -\left(R + B^T P(t+1)B\right)^{-1} B^T P(t+1)A$$

拘束を有する線形離散時間システムの最適制御

状態方程式
$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

拘束条件
$$x_{\min} \le x(t) \le x_{\max}$$
$$u_{\min} \le u(t) \le u_{\max}$$

最適制御問題
$$\min_{\{u_0,\cdots,u_{N-1}\}} \sum_{k=0}^{N-1} \left(x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k) \right) + x^T(N)Px(N)$$

マルチパラメトリック計画問題

マルチパラメトリック計画問題の最適解は,
区分的アファインな状態フィードバックで与えられる

状態$x(k)$をパラメータとする陽な形の(Explicit) 制御則

$$u(k) = K_i^k x(k) + h_i^k \quad \text{if} \quad x(k) \in P_i^k \quad k = 0,\ldots, N-1$$

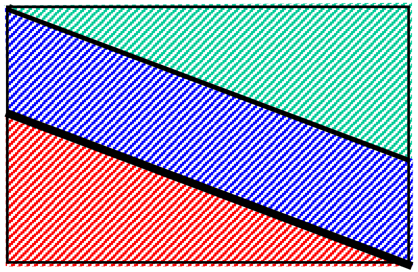
A. Bemporad, M. Morari, V. Dua, and E. Pistikopoulos (Automatica, 2002)

ハイブリッドシステムのモデル予測制御

区分的アファイン(線形)システム

$$x(t+1) = A_i x(t) + B_i u(t) + f_i \quad \text{if} \quad \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \in D_i$$

入力ー状態空間で
ダイナミクスが異なる

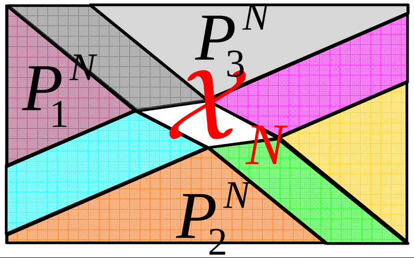


拘束条件

$$\begin{cases} x(t) \in \mathcal{X}, & \forall k \in \{1, \ldots, N\} \\ u(t) \in \mathcal{U}, & \forall k \in \{1, \ldots, N-1\} \\ x(N) \in X_{set} \end{cases}$$

有限時間最適制御問題(モデル予測制御問題)

$$J_N^*(x(0)) = \min_{u_0, \cdots, u_{N-1}} \sum_{k=0}^{N-1} \left(\|Qx(k)\|_l + \|Ru(k)\|_l \right) + \|Q_f x(N)\|_l$$



状態 $x(t)$ をパラメータとする時変なExplicit制御則

$$u(k) = K_i^k x(k) + h_i^k \quad \text{if} \quad x(k) \in P_i^k$$

$$k = 0, \ldots, N-1$$

最適コスト(cost to go)

$$J_N^o(x(k)) = \Phi_i^k x(k) + \Gamma_i^k \quad \text{if} \quad x(k) \in P_i^k$$

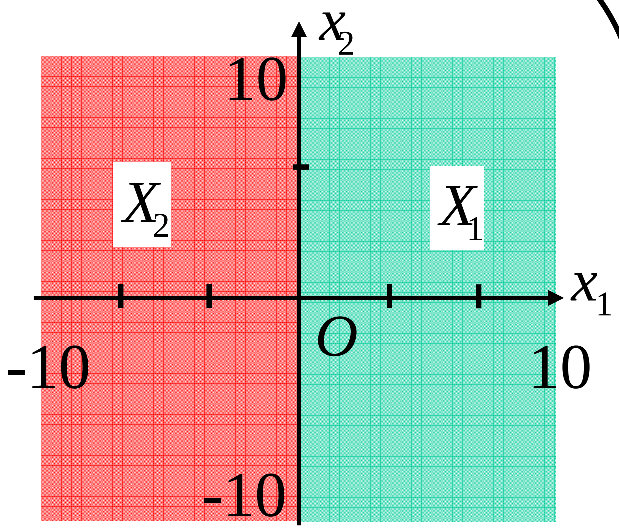
$$\mathcal{X}_k = \bigcup_{i=1}^{N^k} P_i^k$$

PWAシステムの例

PWAシステム

$$X_1 : x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X_2 : x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$



拘束条件:

$$x(k) \in [-10,10] \times [-10,10]$$

$$u(k) \in [-1,1]$$

最適制御問題

$$\min_{\{u_0,\cdots,u_{N-1}\}} \sum_{i=0}^{N-1} \left(\|Qx(i)\|_\infty + \|Ru(i)\|_\infty \right) + \|P_f x(N)\|_\infty$$

$R = 1$

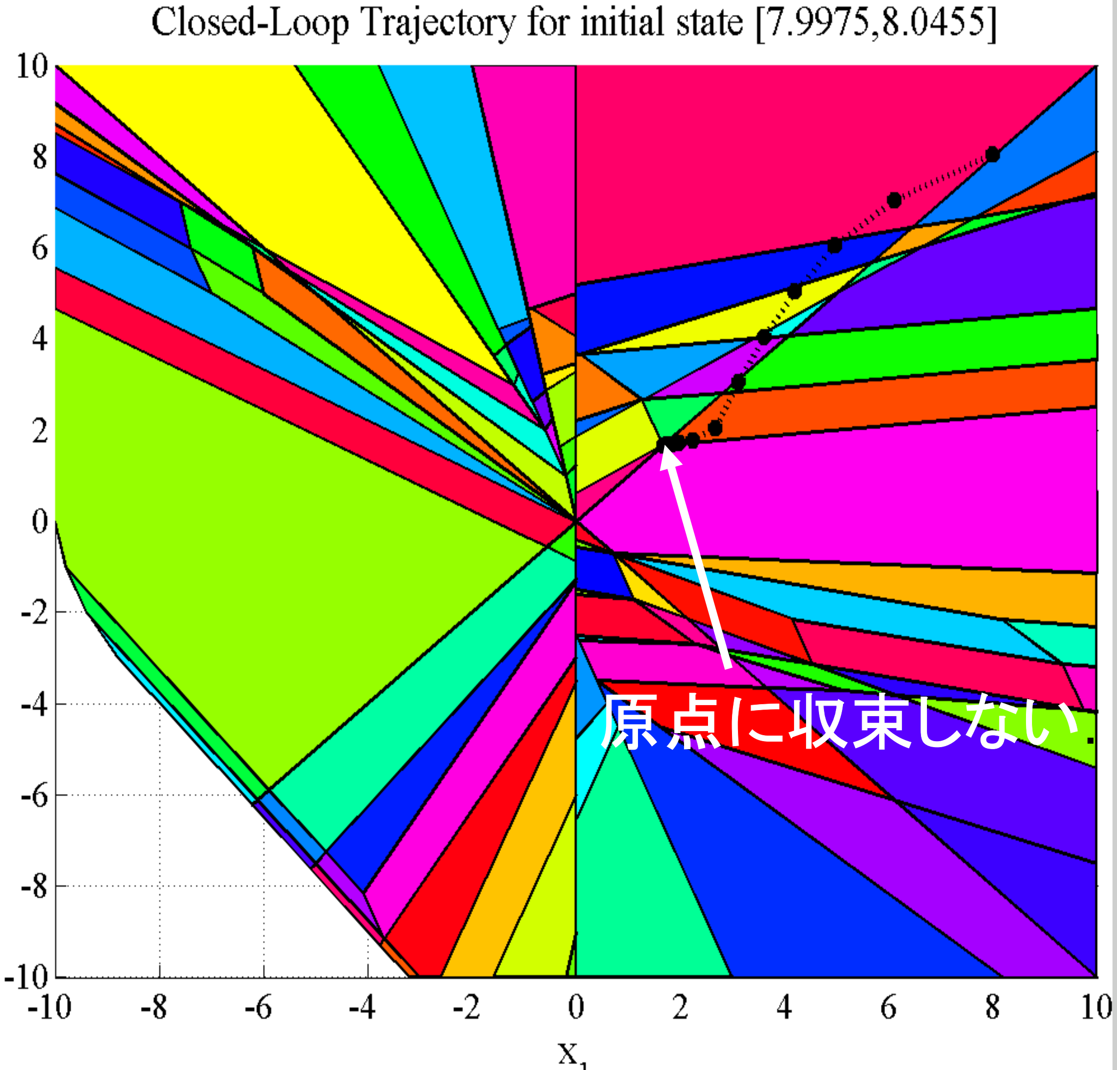
$N = 4$

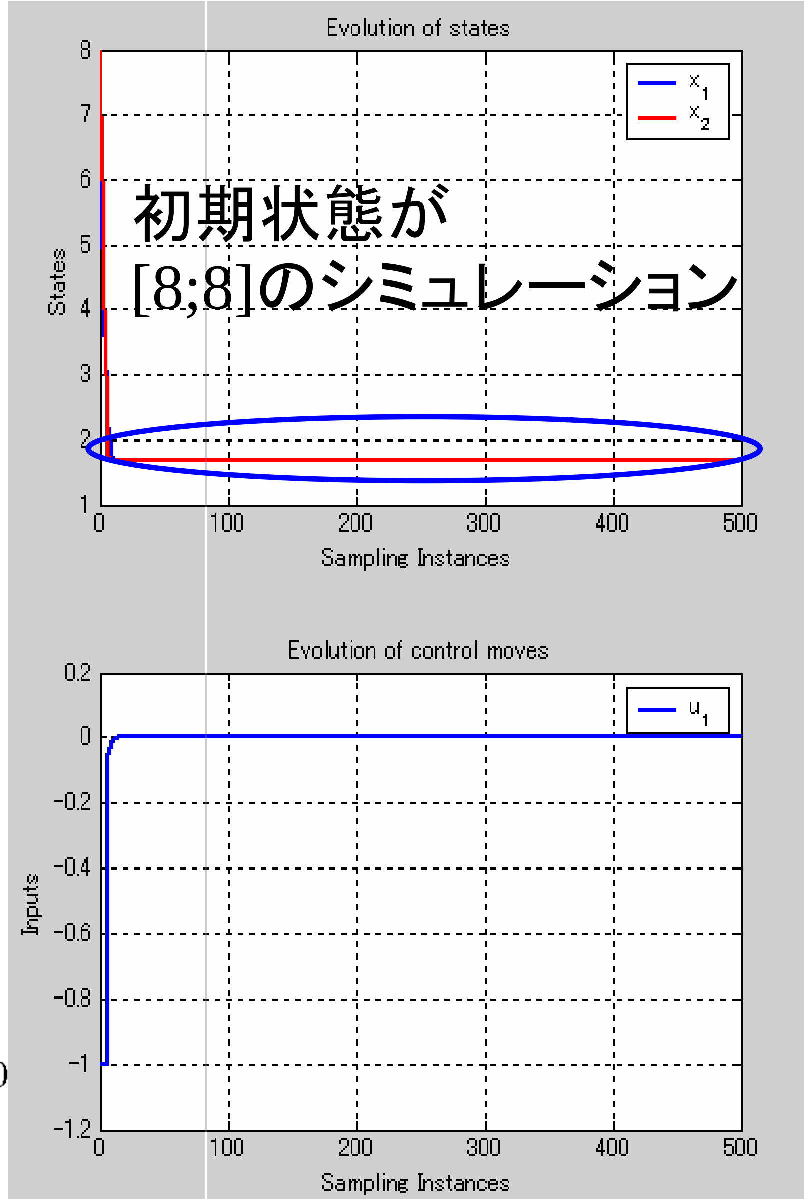
$Q = I_2$

$P_f = 0$

PWAシステムのモデル予測制御

N=4　領域数 102

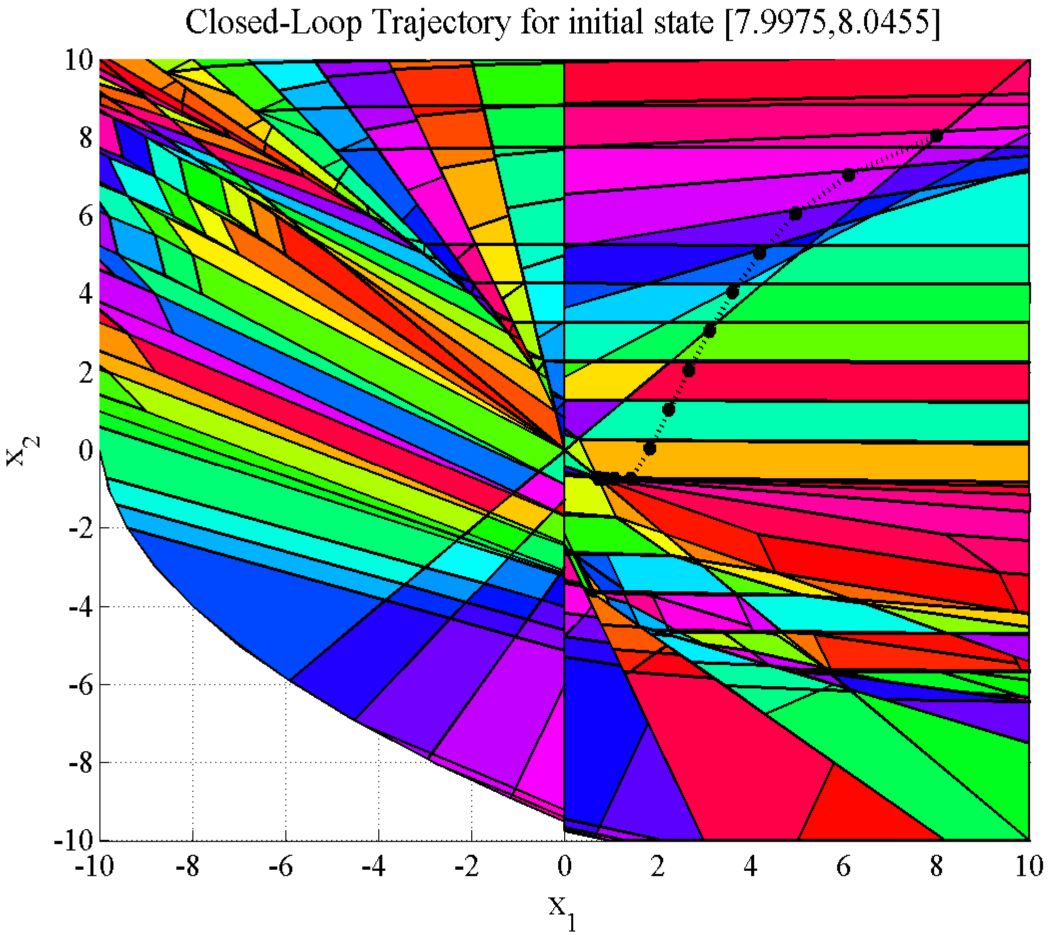


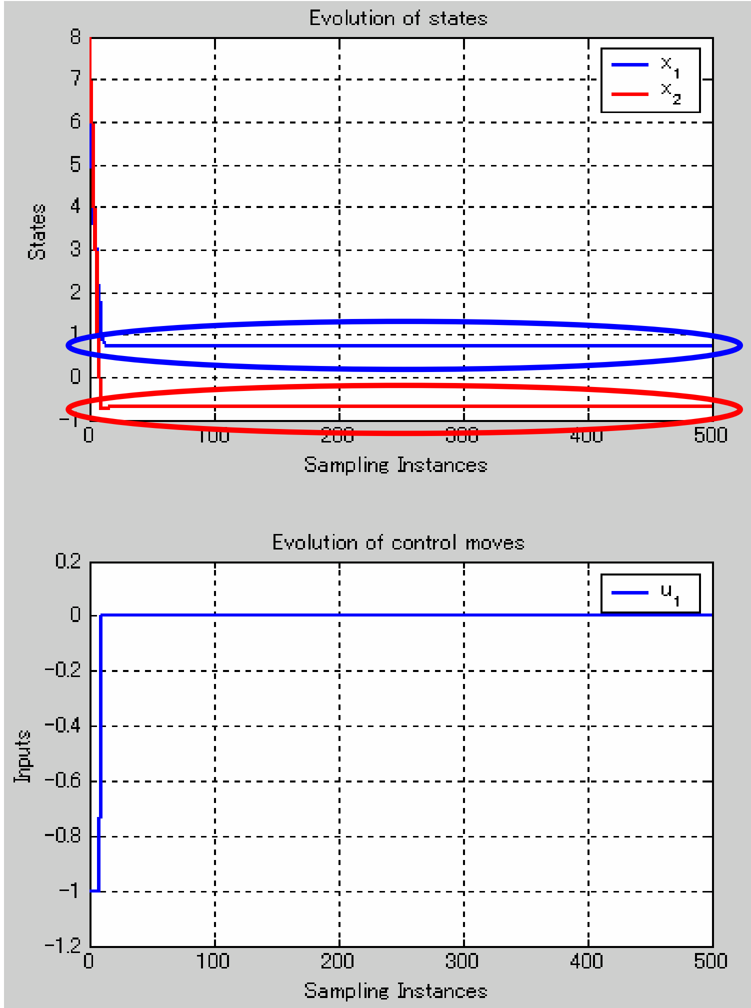


計算時間4.735秒

PWAシステムのモデル予測制御

N=10のとき　　領域数402





計算時間
126.43秒

計算が複雑に
実時間での実装が困難

→ 複雑度の軽減と
安定性の保証が必要

アウトライン

１. 線形システムのモデル予測制御

✓ モデル予測制御の概要

✓ 閉ループ系の安定性

２. ハイブリッドシステムのモデル予測制御

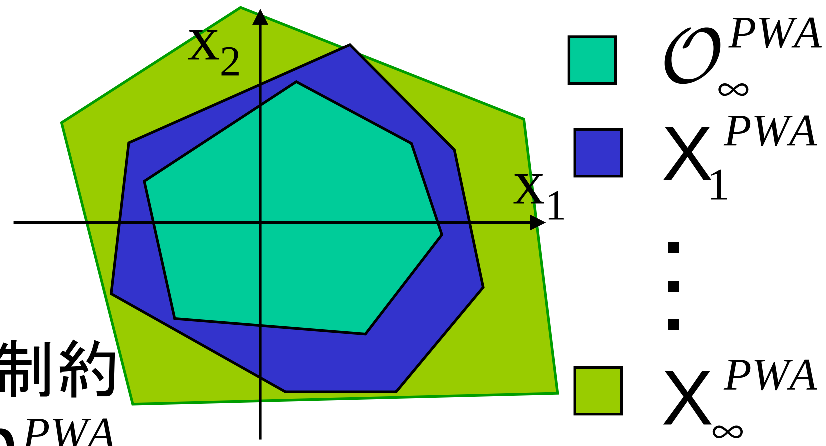
✓ マルチパラメトリック計画法

➢ 計算の複雑度の低減化

➢ 動的計画法に基づく計算手法

３. まとめ

low complexity



領域の複雑度の低下 + 安定性の保証

- minimum-time controller

  安定となる範囲を考える

終端制約 (terminal constraint)

終端の第 N ステップにおける状態の制約

$$x(N) \in X_f \subset \mathcal{X} \qquad X_f = \mathcal{O}_\infty^{PWA}$$

⇨ $x(N) \in \mathcal{O}_\infty^{PWA}$ ならば安定化できる

ホライゾン1で安定化できる範囲 $\mathcal{X}_1 = \{x_0 \mid x(1) \in \mathcal{O}_\infty^{PWA}\}$

⋮

安定化できる範囲 $\mathcal{X}_\infty = \{x_0 \mid x(\infty) \in \mathcal{O}_\infty^{PWA}\}$

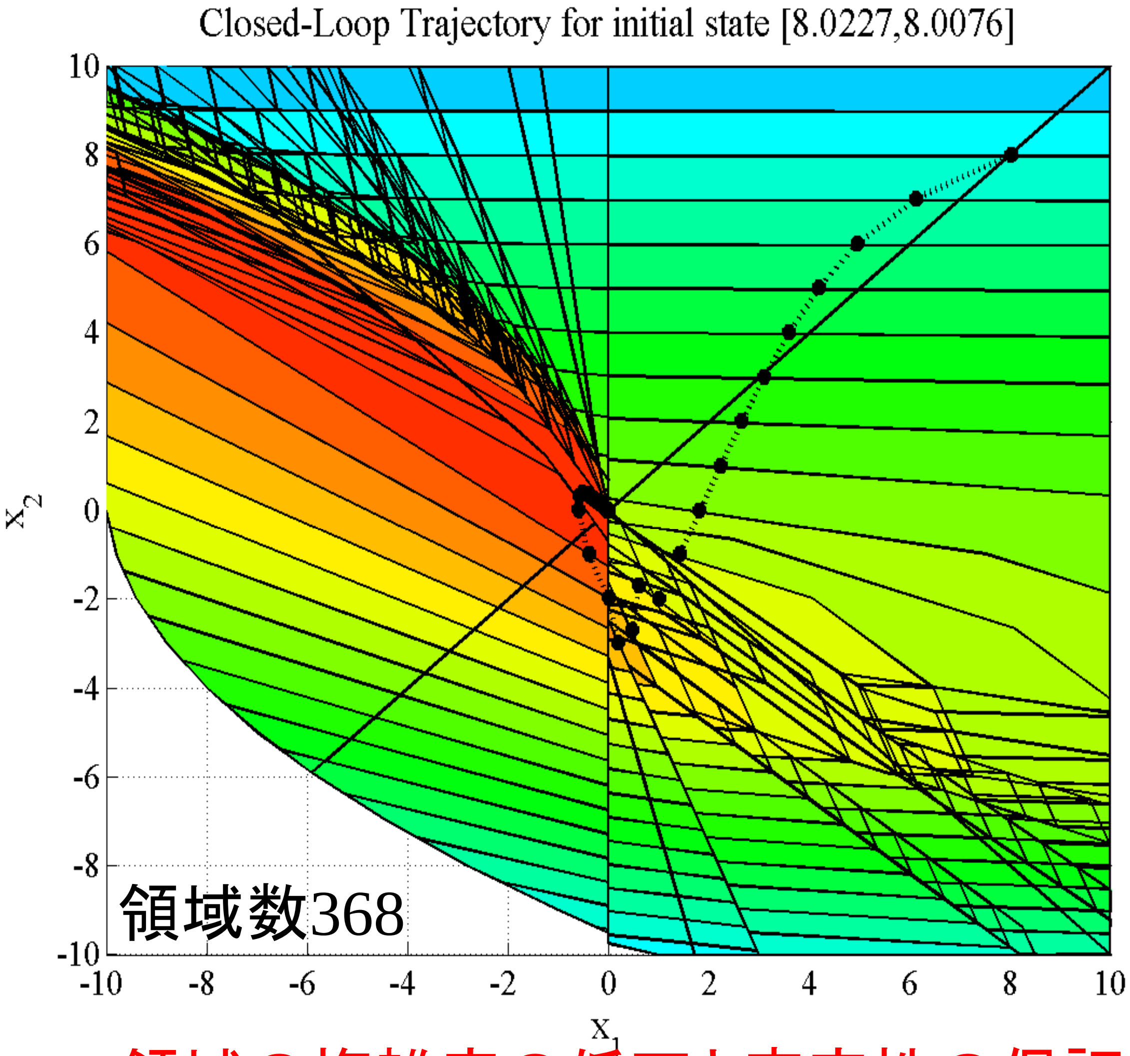
マルチパラメトリック計画で求める

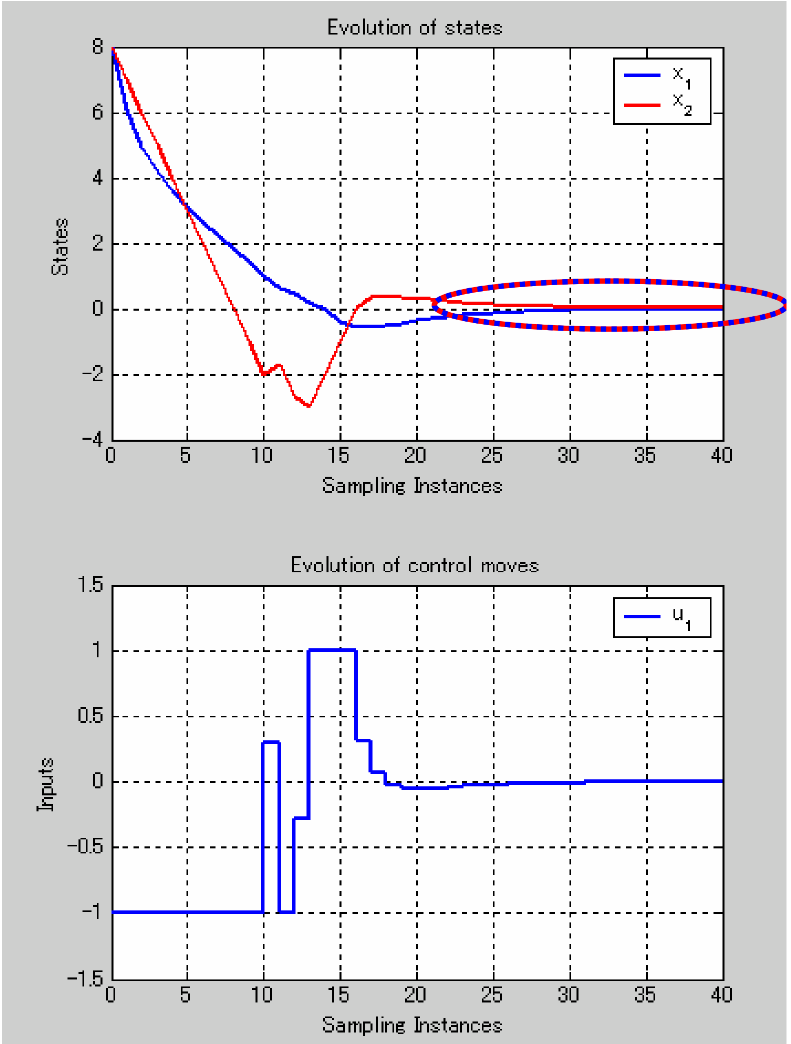
安定化できる領域が
変化しなくなるまで
ホライゾンを伸ばす

P. Grieder, M.Kavaxnica, M.Baotic, M.Morari
"Stabilizing low complexity feedback control of constrained piecewise affine systems", (Automatica, 2005)

Minimum-time controller

最短ステップ数で終端制約集合に到達するコントローラ





領域の複雑度の低下と安定性の保証

計算時間 42.935秒

One-step controller

領域の複雑度の低下

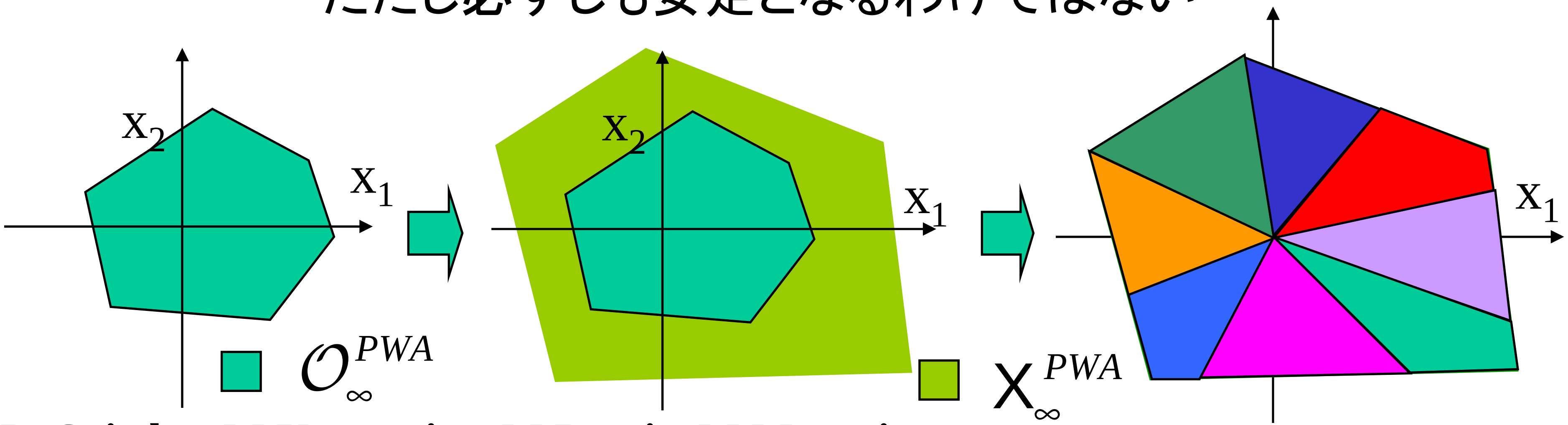
・one-step controller

X_{∞}^{PWA} を計算する　　X_{∞}^{PWA} : 正の不変集合

$x \in X_{\infty}^{PWA}$ に対してホライゾンは1で最適制御問題を解く

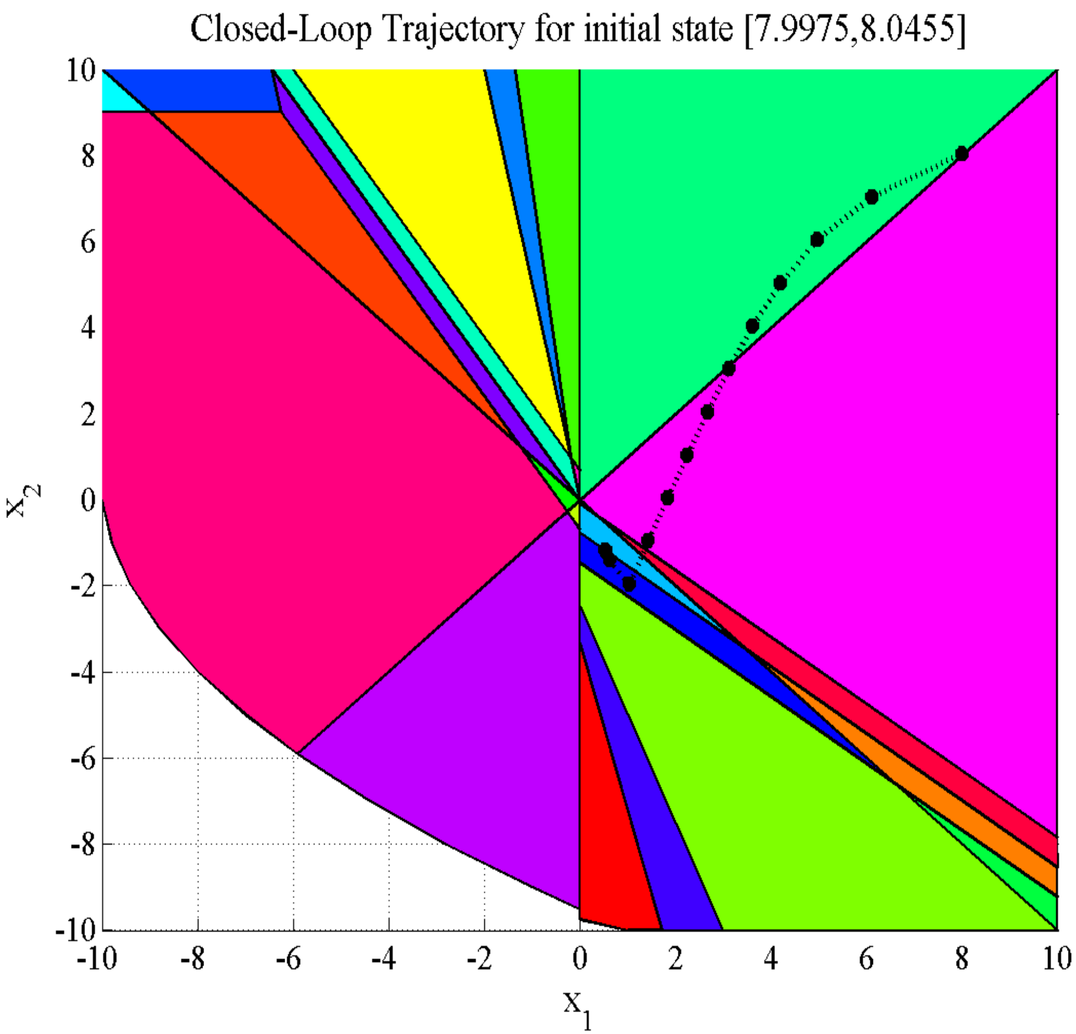
⇒ 拘束を満たすことは保証する ⇒ 複雑度低下の理由

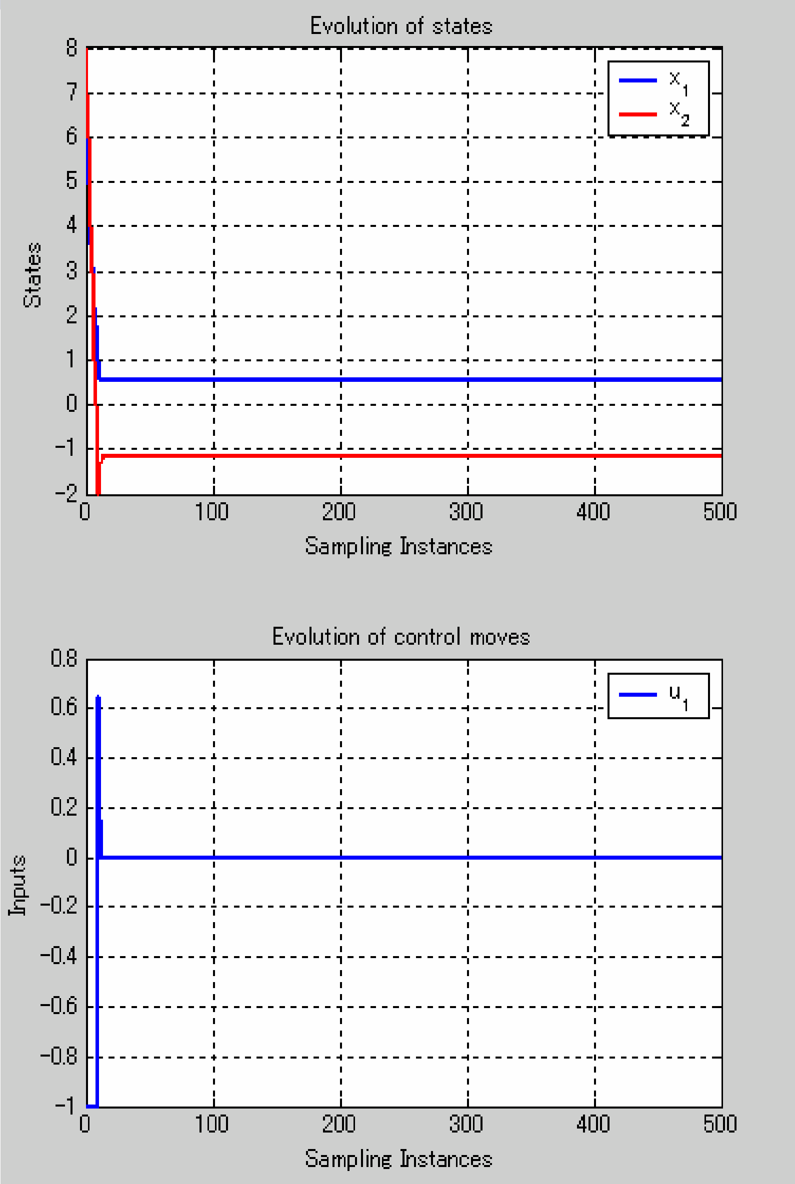
ただし必ずしも安定となるわけではない



P. Grieder, M.Kavaxnica, M.Baotic, M.Morari
"Stabilizing low complexity feedback control of constrained piecewise affine systems", (Automatica, 2005)

One-step controller





領域数24

計算時間3.797秒

アウトライン

１. 線形システムのモデル予測制御

- ✓ モデル予測制御の概要
- ✓ 閉ループ系の安定性

２. ハイブリッドシステムのモデル予測制御

- ✓ マルチパラメトリック計画法
- ✓ 計算の複雑度の低減化
- ➢ 動的計画法に基づく計算手法

３. まとめ

動的計画法に基づく最適入力の計算

mp-LP問題をサンプリング時間おきに繰り返し解く方法

ホライゾンが長くなると，計算時間が問題に

動的計画法の利点

予測時間の途中途中の最適な制御則，
パーティション，最適コストがすぐに求まる.

最適コストの値が考慮している領域内で
等しくなれば，そこで終了

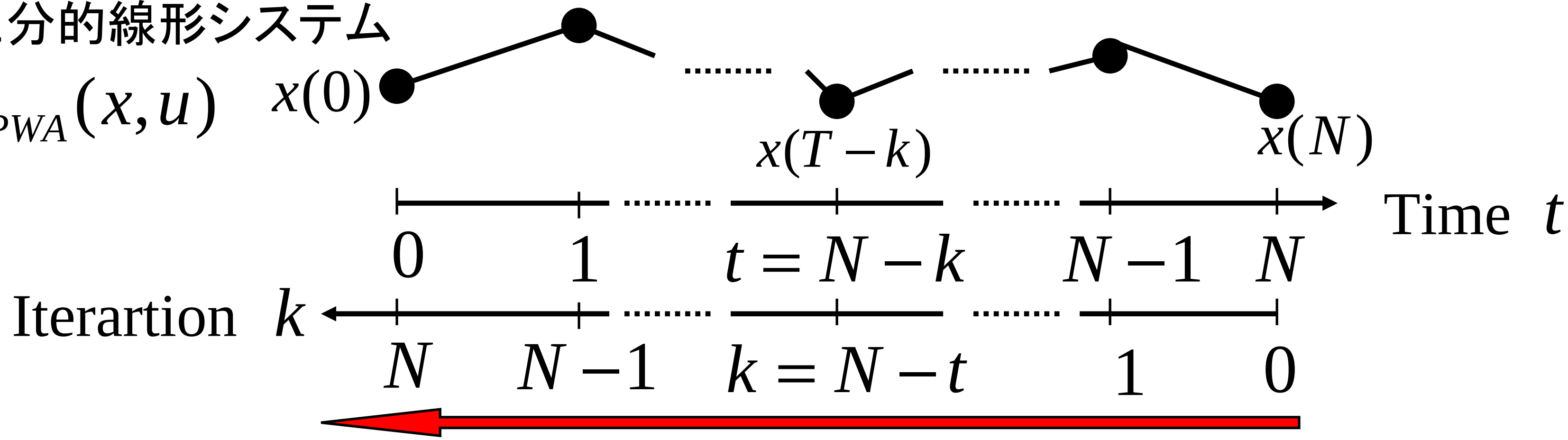
その結果，無限時間の最適な制御則を
得るのに計算時間を抑えれる.

動的計画法(DP)の考え方

動的計画法 (Dynamic Programming, DP

区分的線形システム

$f_{PWA}(x,u)$



DPは逆時間で最適制御問題を解く

$$J_k^o(x(t)) = \min_{u(t)} \|Qx(t)\|_p + \|Ru(i)\|_p + J_{k-1}^o(f_{PWA}(x(t),u(t)))$$

制約条件 $f_{PWA}(x(t),u(t)) \in \mathcal{X}_{k-1} \quad k=1,\ldots,N \quad \underline{t=N-k}$

$$\mathcal{X}_k = \left\{ x \in R^n \mid \exists u \in R^m,\ f_{PWA}(x,u) \in \mathcal{X}_{k-1} \right\}$$

Iteration k-1で制約条件を満たすようなkにおける状態集合

初期条件 $\mathcal{X}_0 = \mathcal{X}^f,\ J_0^o(x(N)) = \|Px(N)\|_p$

例題：ハイブリッドシステムのモデル予測制御

ハイブリッドシステム

$$x(k+1) = 0.8\begin{bmatrix} \cos\alpha(k) & -\sin\alpha(k) \\ \sin\alpha(k) & \cos\alpha(k) \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$\alpha(k) = \begin{cases} \pi/3 & \text{if } \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) \geq 0 \\ -\pi/3 & \text{if } \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) < 0 \end{cases}$$

拘束条件:

$$x(k) \in [-10, 10] \times [-10, 10]$$

$$u(k) \in [-1, 1]$$

最適制御問題

$$\min_{\{u_0, \cdots, u_{N-1}\}} \sum_{i=0}^{N-1} \left(\|Qx(i)\|_\infty + \|Ru(i)\|_\infty \right) + \|P_f x(N)\|_\infty$$

$$R = 1$$

$$N = 5$$

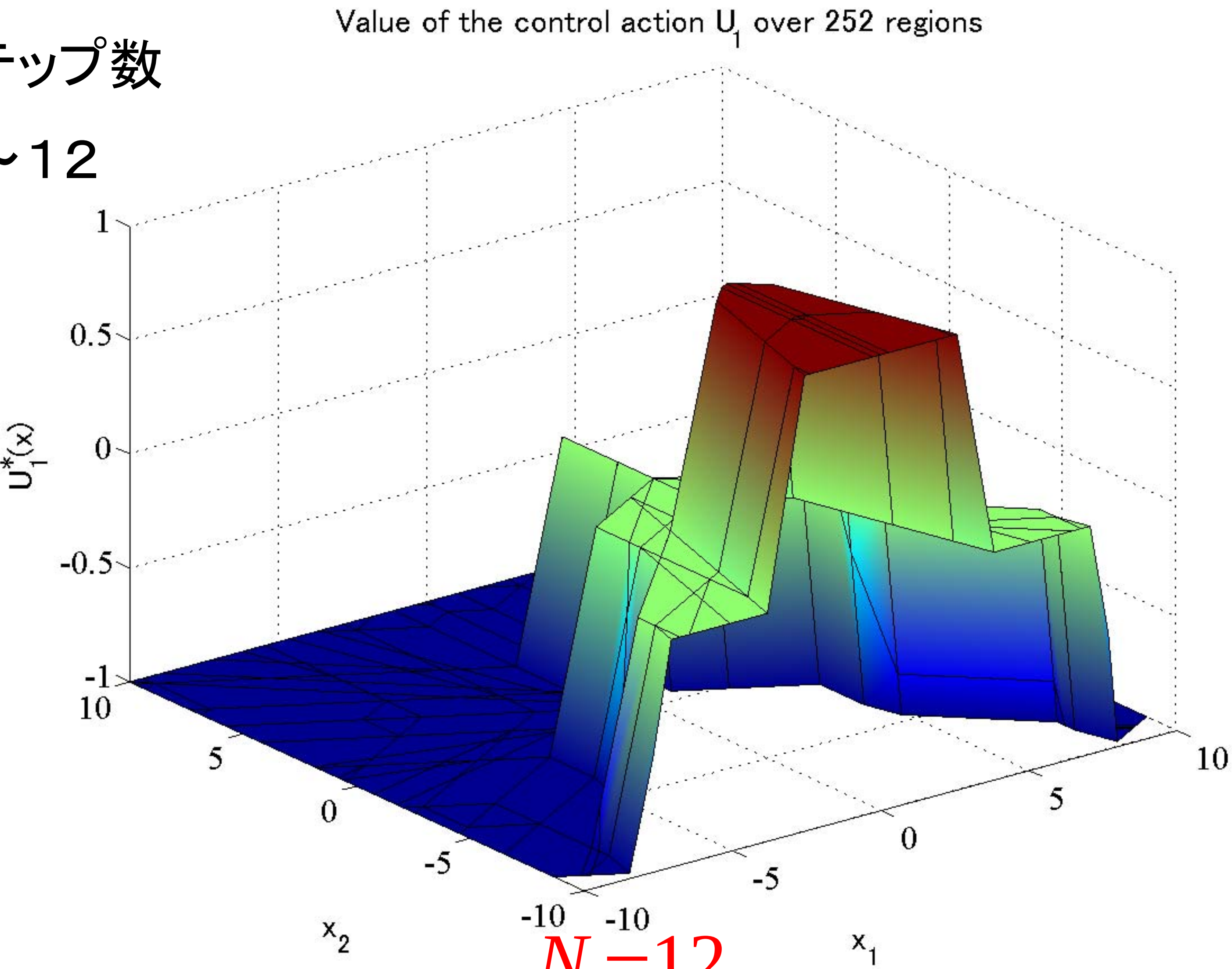
$$Q = I_2$$

$$P_f = 0$$

Explicit Solutionと予測ホライゾン

予測ステップ数

Ｎ＝１～１２



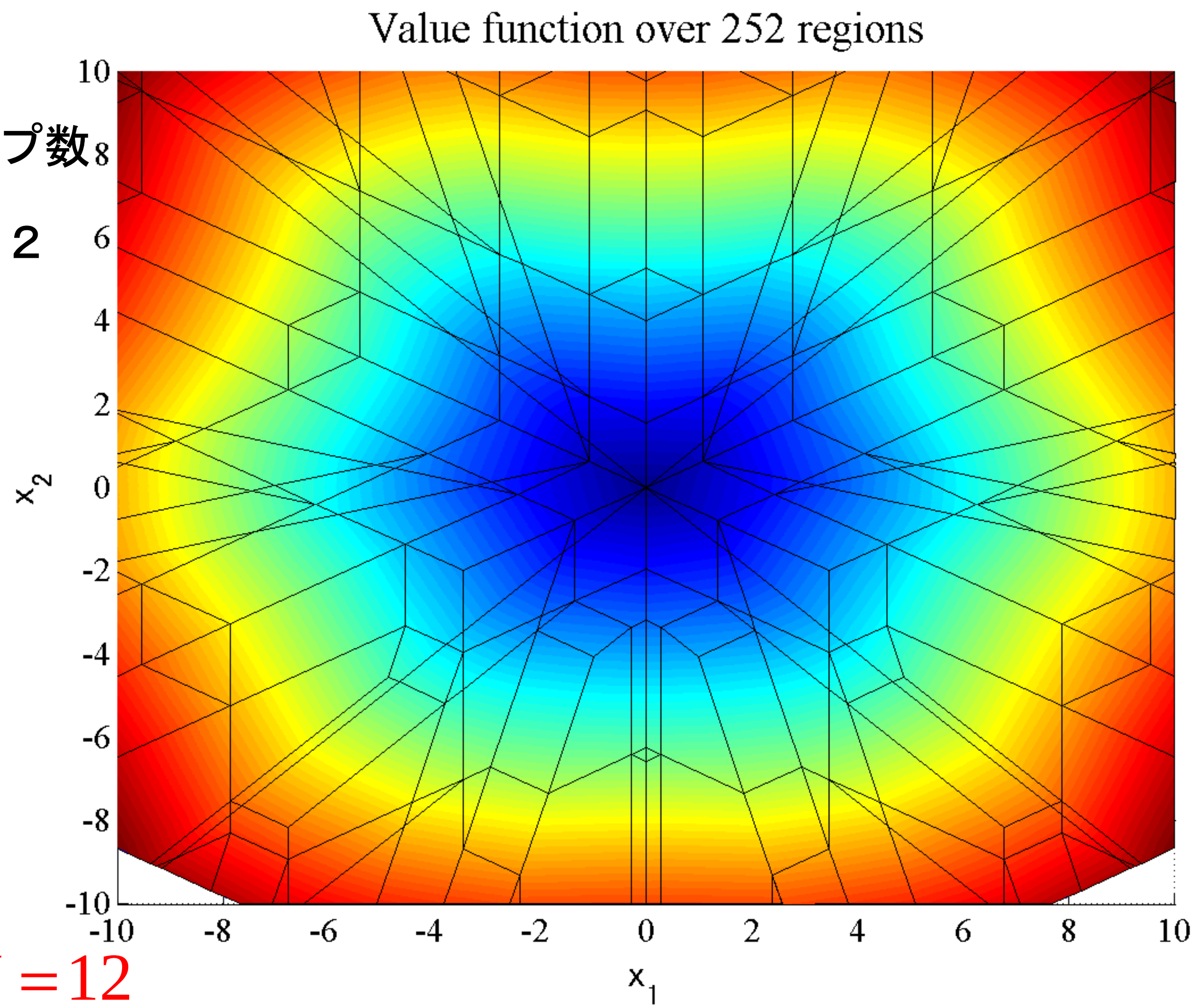
$N=12$

N=10以上で最適入力が全領域で等しくなる.

最適コストと予測ホライゾン（１）

予測ステップ数

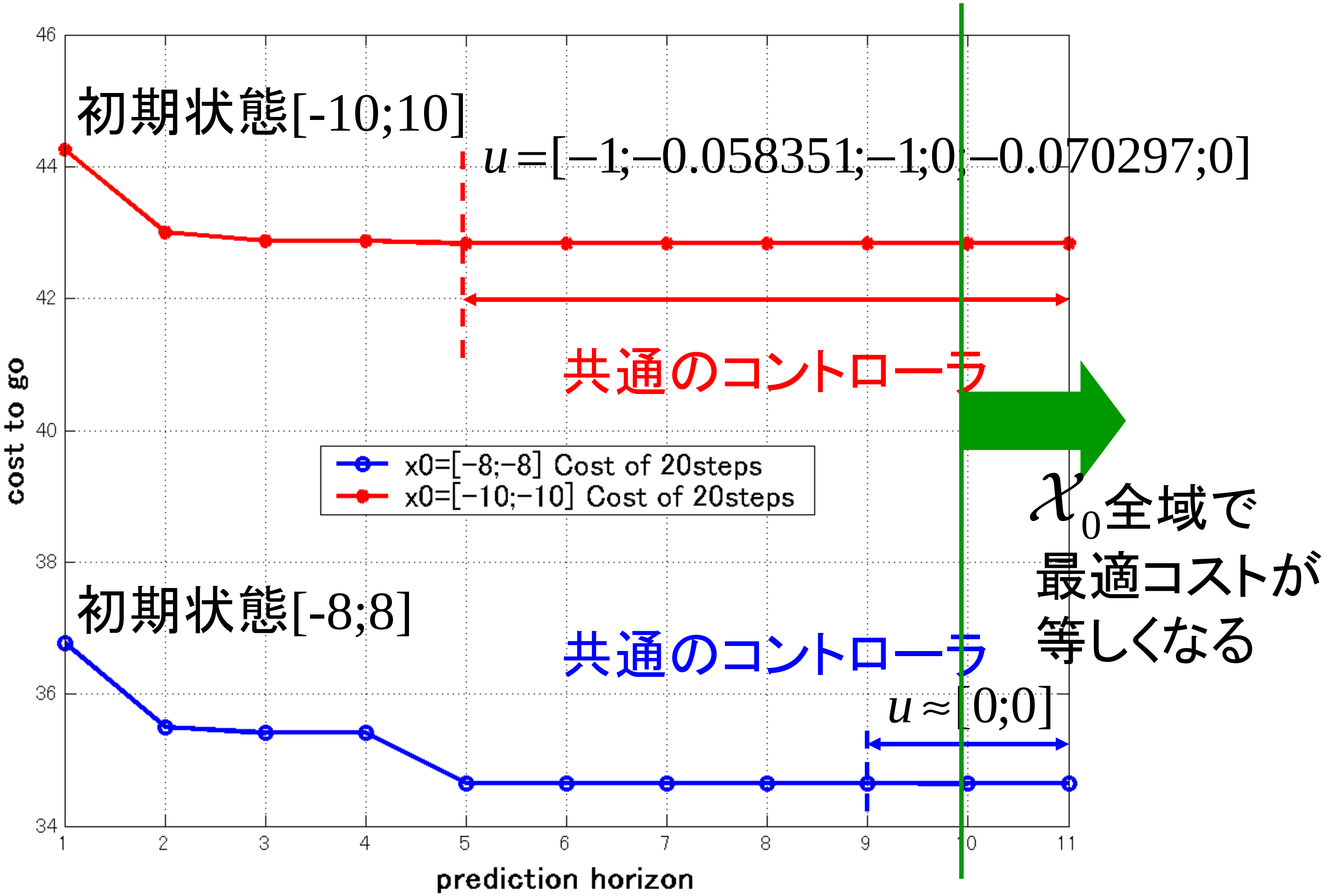
N＝１～１２



$N = 12$

N=10以上で最適なコストが全領域で等しくなる.

最適コストと予測ホライゾン（2）



$$\mathcal{X}_0 = \{x \in R^n \mid x(k) \in [-10,10] \times [-10,10]\}$$

シミュレーションまとめ

考慮する領域 $\mathcal{X}_0=\{x(k)\in \mathrm{R}^2 \mid x(k)\in[-10,10]\times[-10,10]\}$

（拘束条件） $\mathcal{U}=\{\mathrm{u}\in \mathrm{R} \mid u(k)\in[-1,1]\}$

最適制御問題 $V_N^o(x)=\min_{\{u_0,\cdots,u_{N-1}\}}\sum_{i=0}^{N-1}\left(\|x(i)\|_\infty+\|u(i)\|_\infty\right)$

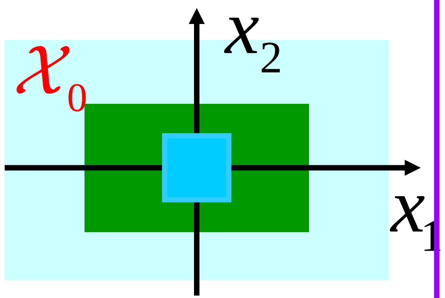
終端コスト=0

コスト共通

:N=3まで

:N=8まで

:N=10まで



Prediction Horizon N=10以上になると

$\mathcal{X}_0$では, Nによらず,最適入力が等しくなる.

$$V_1^o(x)\geq V_2^o\geq(x)\geq\cdots V_9^o(x)\geq V_{10}^o(x)=V_{11}^o(x)=\cdots=V_\infty^o(x)$$

$\forall x\in\mathcal{X}_0$

N＝10以上で無限時間最適制御と等価な制御をおこなえる. 漸近安定性も保証

アウトライン

１．線形システムのモデル予測制御

- ✓ モデル予測制御の概要
- ✓ 閉ループ系の安定性

２．ハイブリッドシステムのモデル予測制御

- ✓ マルチパラメトリック計画法
- ✓ 計算の複雑度の低減化
- ✓ 動的計画法に基づく計算手法

３．まとめ

まとめ

発表内容

モデル予測制御の概要

閉ループ系の安定性

ハイブリッドシステムのモデル予測制御

複雑度の低減化　・minimum-time controller
・one-step controller

DPに基づく計算手法

今後の課題

$\mathcal{O}_{\infty}^{PWA}$とハイブリッドシステムの安定性について

ハイブリッドシステムの実応用例