位置情報のみを用いたロボットマニピュレータの制御について

FL06-31-03

古関裕道

はじめに

- 研究背景
- 問題設定 (状態を全て得られる場合)
- 1台のロボットマニピュレータの制御則
- 問題設定 (状態を得られない場合)
- 位置情報のみを用いた
  1台のロボットマニピュレータの制御則
- 今後の課題

研究背景

ロボットマニピュレータの制御則

一台の制御則

- Paden Panja 型 [1]
- Slotine Li 型 [2]

複数台の同期制御則

- PP型の同期制御 [3]
- SL型の同期制御 [4]

状態推定の導入

- 位置情報のみを用いた一台の制御[5]
- 位置情報のみを用いた複数台の同期制御

[1] Paden Panja, Int. J. Control, 1988
[2] Slotine Li, Int. J. Robotics Res. , 1987
[3] Rodriguez Nijmeijer, IEEE Trans. on Control Systems Technology, 2004
[4] Yonemura, FL06-12-01, 2006
[5] Berghuis Nijmeijer, IEEE. Trans. Robot. Automat., 1993

問題設定：1 共通

・ロボットダイナミクス

n 自由度ロボットマニピュレータ

$$\underline{M(q)\ddot{q}}+\underline{C(q,\dot{q})\dot{q}}+\underline{g(q)}=\tau \quad (1)$$

慣性行列　遠心力・コリオリ力項　重力項

q：関節角度

τ：入力トルク

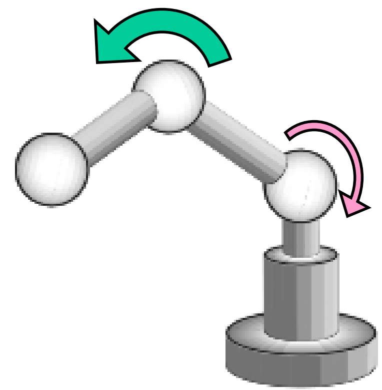


Fig.1 ロボットマニピュレータ

性質1 $\dot{M}(q)+2C(q,\dot{q})$ は，歪対称である．

さらに $C(q,\dot{q})$ は，次の性質を満たすように選ぶ

$$C(q,x)y=C(q,y)x \quad \forall q$$

$$C(q,z+\alpha x)y=C(q,z)y+\alpha C(q,x)y \quad \forall q,x \quad \alpha \text{ scalar}$$

性質2 $M(q)$ と $C(q,\dot{q})$ は，q に関して次のような性質を持つ．

$$0<M_m\le\|M(q)\|\le M_M \quad \forall q \qquad A_m\text{：最小固有値}$$

$$\|\mathrm{C(q,x)}\|\le C_M\|x\| \quad \forall q,x \qquad A_M\text{：最小固有値}$$

問題設定：2 状態が得られる場合

- **制御目標**

$$\begin{cases} q = q_d \\ \dot{q} = \dot{q}_d \end{cases}$$

q_d :目標関節角度

$\dot{q}_d$:目標角速度

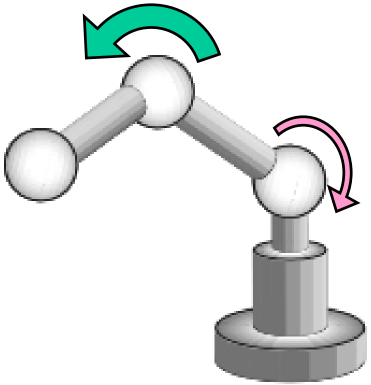


Fig.1 ロボットマニピュレータ

ロボットの状態が，
目標値と一致することを制御目標とする．

- **追従偏差**

$$\begin{cases} e := q - q_d \\ \dot{e} := \dot{q} - \dot{q}_d \\ \ddot{e} := \ddot{q} - \ddot{q}_d \end{cases}$$

追従偏差をこのように定義すると，
追従偏差が0になれば，制御目標が達成されたことになる．

Slotine Liの提案した制御則

- **補助変数**

$$\begin{cases} v := \dot{q}_d - \Lambda e \\ a := \ddot{q}_d - \Lambda \dot{e} \\ r := \dot{q} - v \quad \left(= \dot{e} + \Lambda e \right) \end{cases}$$

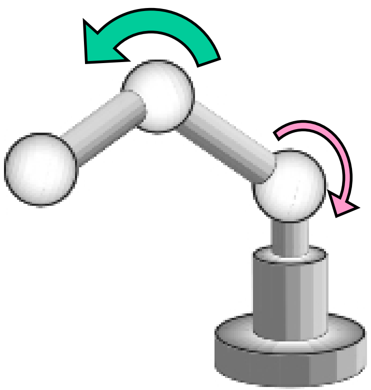


Fig.1 ロボットマニピュレータ

- **コントローラ** τ

$$\tau = M(q)a + C(q,\dot{q})v + g(q) - K_p e + \nu \qquad (2)$$

- **制御入力** ν

$$\nu = -K_d r \qquad (3)$$

K_d, K_p, Λ が正定行列ならば
偏差 $e, \dot{e}$ は大域的に漸近安定

- **閉ループ**

(1), (2), (3)より

$$M(q)\dot{r} = -C(q,\dot{q})r - K_d r - K_p e$$

Slotine Li の制御則：安定性の証明

エネルギー関数： $V(e,r)=\frac{1}{2}r^T M(q)r+\frac{1}{2}e^T K_p e$

エネルギー関数の時間微分

$$\dot{V}(e,r)=r^T M(q)\dot{r}+\frac{1}{2}r^T \dot{M}(q)r+e^T K_p \dot{e}$$

$$=r^T M(q)M(q)^{-1}(-C(q,\dot{q})r-K_p e+\nu)$$

$$+\frac{1}{2}r^T \dot{M}(q)r+e^T K_p \dot{e}$$

$\left(\because (1),(3)\text{より}\quad \dot{r}=M(q)^{-1}(-C(q,\dot{q})r-K_p e+\nu)\right)$

$$=-r^T C(q,\dot{q})r-r^T K_p e+r^T\nu+\frac{1}{2}r^T \dot{M}(q)r+e^T K_p \dot{e}$$

$$=r^T\nu+\frac{1}{2}r^T\left(\dot{M}(q)-2C(q,\dot{q})\right)r-(\dot{e}+\Lambda e)^T K_p e+e^T K_p \dot{e}$$

$\left(\because \text{歪対称性より}\quad r^T(\dot{M}(q)-2C(q,\dot{q}))r=0\right)$

$$=\dot{e}^T\nu-e^T\Lambda K_p e$$

Slotine Li の制御則：安定性の証明

エネルギー関数の時間微分が入力 ν と出力 r^T の積になっている

入力 ν と出力 r^T の積を積分する

$$\int_0^t r^T(\sigma)\nu(\sigma)d\sigma = \int_0^t \left(\dot{V}\left(e(\sigma), \dot{e}(\sigma)\right) + e(\sigma)^T \Lambda K_p e(\sigma)\right) d\sigma$$

$$= V\left(e(t), \dot{e}(t)\right) - V\left(e(0), \dot{e}(0)\right)$$

$$+ \int_0^t e(\sigma)^T \Lambda K_p e(\sigma) d\sigma$$

$\left(\because \Lambda > 0, K_d\right.$**は正定行列**$\left.\right)$

$$\geq -V\left(e(0), \dot{e}(0)\right)$$

入力 ν から出力 r^T に関して受動的である．

Slotine Li の制御則：安定性の証明

リアプノフ関数の候補としてエネルギー関数 $V(e,\dot{e})$ を考える．

エネルギー関数の時間微分に制御入力(8)を適用すると

$$\dot{V}(e,r) = r^T(-K_d r) - e^T \Lambda K_p e$$

$$= -r^T K_d r - e^T \Lambda K_p e$$

$$< 0 \qquad (\because K_d \text{は正定行列})$$

したがって補助変数 r と偏差 e は漸近安定

ここで補助変数 r の定義より，

$e \to 0, r \to 0$ ならば $\dot{e} \to 0$

$\boxed{\text{偏差 } e, \dot{e} \text{ は漸近安定}}$

問題設定：3 状態が得られない場合

ロボットの状態のうち，速度 $\dot{q}$ が得られないとする．

・制御目標

・コントローラ側

$$\begin{cases} q = q_d \\ \dot{\hat{q}} = q_d \end{cases}$$

・オブザーバ側

$$\begin{cases} \hat{q} = q \\ \dot{\hat{q}} = \dot{q} \end{cases}$$

$\hat{q}$: 推定関節角度

$\dot{\hat{q}}$: 推定角速度

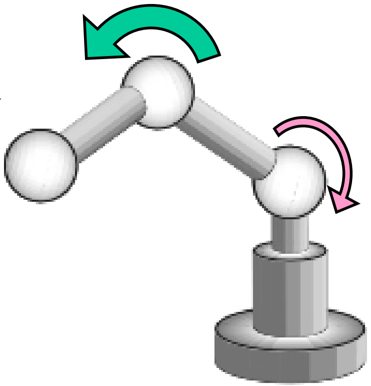


Fig.1 ロボットマニピュレータ

・推定偏差

$$\begin{cases} e := q - q_d \\ \dot{e} := \dot{q} - \dot{q}_d \\ \ddot{e} := \ddot{q} - \ddot{q}_d \end{cases}$$

・推定偏差

$$\begin{cases} \tilde{q} := q - \hat{q} \\ \dot{\tilde{q}} := \dot{q} - \dot{\hat{q}} \\ \ddot{\tilde{q}} := \frac{d}{dt}(\dot{q} - \dot{\hat{q}}) = \frac{d}{dt}\dot{\tilde{q}} \end{cases}$$

推定偏差をこのように定義すると，推定偏差が0になった時，
推定値と実際の状態値が一致したことになる．

位置情報のみを用いた制御則

- **補助変数**

$$
\begin{cases}
v := \dot{q}_d - \Lambda(\hat{q} - q_d) \\
a = \frac{d}{dt}(\dot{q}_d - \Lambda(\hat{q} - q_d)) \\
r_1 = \dot{q} - v := \dot{e} + \Lambda(e - \tilde{q}) \\
\dot{q}_o := \dot{\hat{q}} - \Lambda\tilde{q} \\
r_2 = \dot{q} - \dot{q}_o := \dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}
\end{cases}
$$

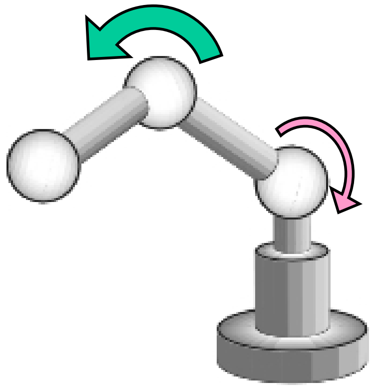


Fig.1 ロボットマニピュレータ

- **コントローラ τ**

$$\tau = M(q)a + C(q, \dot{q}_o)v + g(q) - K_d(\dot{q}_o - v) - K_p e \quad (4)$$

- **オブザーバ**

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\hat{q} &= \dot{\hat{q}} + \mu_1 \\
\frac{d}{dt}\dot{\hat{q}} &= -M(q)^{-1}[C(q, \dot{q}_o)\dot{q}_o + g(q) - \tau] + \mu_2\tilde{q}
\end{aligned}
\quad (5)
$$

位置情報のみを用いた制御則

- **ダイナミクスとコントローラからなる閉ループ**

(1), (4), **より**

$$M(q)\dot{r}_1 + C(q,\dot{q})r_1 + K_d r_1 + K_p e = K_d r_2 - C(q,r_2)v \quad (6)$$

- **ダイナミクスとコントローラからなる閉ループ**

(4), (5), **より**

$$M(q)(\dot{r}_2 + (\mu_1 - \Lambda)r_2) + C(q,\dot{q}_o)r_2 + K_d r_2$$

$$= M(q)\dot{r}_1 + C(q,r_1)(\dot{q} - r_2) + K_d r_1 + K_p e + M(q)(\mu_1\Lambda - \mu_2 - \Lambda^2)\tilde{q}$$

(6)**を用い**, **性質に注意して書き直すと**

$$M(q)\dot{r}_2 + C(q,r_2)(2\dot{q} - r_2)$$

$$+ M(q)[(\mu_1 - \Lambda)r_2 - (\mu_1\Lambda - \mu_2 - \Lambda^2)\tilde{q}] = 0 \quad (7)$$

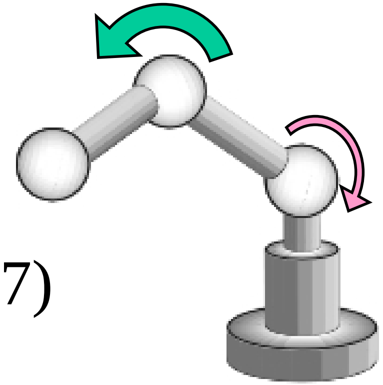


Fig.1 ロボットマニピュレータ

位置情報のみを用いた制御則

定理 次の条件が満たされる時,
システムは準大域的に指数安定となる.

$$\eta_0 > 0 \qquad K_d > 0 \qquad K_p > 0 \qquad \Lambda > 0$$

$$\mu_1 > \frac{1}{M_m}\left(\frac{M_{v13}}{M_{v11}} + M_m\Lambda + C_M V_M + 2\eta_0\right)$$

$$\mu_2 >$$

$$\max\left\{\frac{1}{M_M}\left(\frac{\eta_0^2}{M_m} + \left(M_M\Lambda + \eta_0\right)\mu_1 + 2\eta_0 M_M^{-1} C_M V_M - M_M\Lambda^2 - \eta_0\Lambda\right),\right.$$

$$\left.\frac{1}{\left(2 - M_m + \eta_0\Lambda^{-1}\right)}\left(\frac{M_{v24}\Lambda}{M_{v22}} - M_m\left(\mu_1\Lambda - \Lambda^2\right) - 2\eta_0 M_m^{-1} C_M V_M\right)\right\}$$

安定性の証明

仮定 ゲインは，全てを次の性質を満たすとする．

$$K = kI \quad k > 0 \text{ scalar}$$

リアプノフ関数

$$H(r_1, e, r_2, \tilde{q}) = H_C(r_1, e) + H_O(r_2, \tilde{q}) \quad (8)$$

$$H_C = \tfrac{1}{2} r_1^T M(q) r_1 + \tfrac{1}{2} e^T K_p e$$

$$H_O = \tfrac{1}{2} \begin{bmatrix} r_2^T & \tilde{q}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M(q) & \eta(\tilde{q}) I_n \\ \eta(\tilde{q}) I_n & \mu_2 + \beta I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_2 \\ \tilde{q} \end{bmatrix}$$

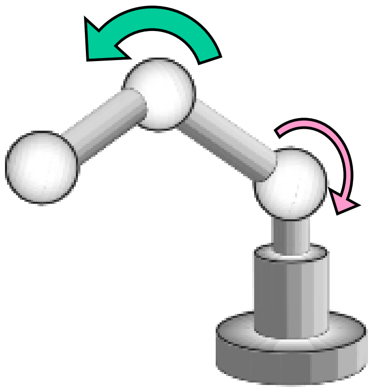


Fig.1 ロボットマニピュレータ

ここで，

$$\eta(\tilde{q}) = \frac{\eta_0}{1 + \|\tilde{q}\|} \quad 0 < \eta(\tilde{q}) \le \eta_0 \quad \eta_0 \text{ scalar}$$

$$\beta = -M_M(\mu_1 \Lambda - \mu_2 - \Lambda^2) - 2\eta_0 M_m^{-1} C_M V_M - \eta_0(\mu_1 - \Lambda) - \mu_2$$

安定性の証明

リアプノフ関数が正定であるための条件は

$$\mu_2 > \frac{1}{M_M}\left(\frac{\eta_0}{M_M} + (M_M\Lambda + \eta_0)\mu_1 + 2\eta_0 M_m^{-1} C_M V_M - M_m\Lambda^2 - \eta_0\Lambda\right)$$

ここで, $x = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & e & \tilde{q} \end{bmatrix}$ **と置く**

(8) **のリアプノフ関数は**,

ある P_m, P_M **に関して**, **次の関係を満たす**

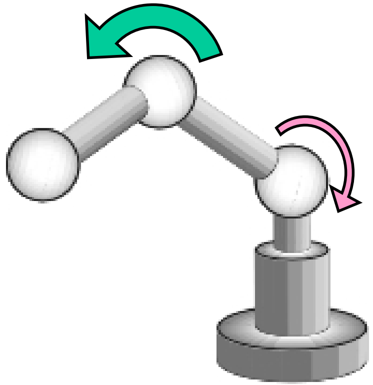


Fig.1 ロボットマニピュレータ

$$P_m \|x(t)\|^2 \le H(x(t)) \le P_M \|x(t)\|^2 \quad P_{m,} P_M > 0 \text{ scalar} \quad (9)$$

リアプノフ関数の時間微分は，次のような上限を持つ

$$\dot{H}(r_1, e, r_{2,} \tilde{q}) \le -\left[\|r_1\| \quad \|\Lambda e\| \quad \|r_2\| \quad \|\Lambda\tilde{q}\|\right] M_v \left[\|r_1\| \quad \|\Lambda e\| \quad \|r_2\| \quad \|\Lambda\tilde{q}\|\right]^T + \|\Phi_3\|$$

$$\|\Phi_3\| = C_M \|r_1\|\|r_2\|\left(\|\Lambda e\| + \|\Lambda\tilde{q}\|\right) + C_M\|r_2\|^2\left(\|r_1\| + \|r_2\| + \|\Lambda e\| + \|\Lambda\tilde{q}\|\right) + \eta_0 M_M^{-1} C_M \Lambda^{-1}\|\Lambda\tilde{q}\|\|r_2\|\left(2\|r_1\| + \|r_2\| + 2\|\Lambda e\| + 2\|\Lambda\tilde{q}\|\right)$$

$$M_v = \begin{bmatrix} M_{v11} & 0 & M_{v13} & 0 \\ 0 & M_{v22} & 0 & M_{v24} \\ M_{v13} & 0 & M_{v33} & 0 \\ 0 & M_{v24} & 0 & M_{v44} \end{bmatrix}$$

$$M_{v11} = K_d \qquad M_{v22} = \Lambda^{-1}K_p$$

$$M_{v33} = \left(M_m(\mu_1 - \Lambda) - C_M V_M - 2\eta_0\right)$$

$$M_{v44} = (2\mu_2 + M_m(\mu_1\Lambda - \mu_2 - \Lambda^2) + 2\eta_0 M_m^{-1} C_M V_M + \eta_0\mu_2\Lambda^{-1})\Lambda^{-1}$$

$$M_{v12} = -\tfrac{1}{2}\left(K_d + C_M V_M\right)$$

$$M_{v12} = -\tfrac{1}{2}\left(K_p \Lambda^{-1}\right)$$

安定性の証明

行列M_vが正定となる条件は,

$$\eta_0 > 0 \qquad K_d > 0 \qquad K_p > 0 \qquad \Lambda > 0$$

$$\mu_1 > \frac{1}{M_m}\left(\frac{M_{v13}}{M_{v11}} + M_m\Lambda + C_M V_M + 2\eta_0\right)$$

$$\mu_2 > \frac{1}{\left(2 - M_m + \eta_0\Lambda^{-1}\right)}\left(\frac{M_{v24}\Lambda}{M_{v22}} - M_m\left(\mu_1\Lambda - \Lambda^2\right) - 2\eta_0 M_m^{-1} C_M V_M\right)$$

$x = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & e & \tilde{q} \end{bmatrix}$ より

$$\dot{H}(r_1, e, r_2, \tilde{q}) \le \|x\|^2\left(-M_{v,m} + \alpha\|x\|\right)$$

ここでαは,$\|\Phi_3\|$から求まる係数で,

$$\alpha = \left(6 + 7\eta_0 M_M^{-1}\Lambda^{-1}\right)C_M$$

安定性の証明

M_v はゲイン μ_1 に比例するが, α は比例しない.

よって, μ_1 を大きくしていくと, いずれ次の関係を満たすようになる.

$$\dot{H}(r_1, e, r_{2,}\tilde{q}) \le \|x\|^2 \left(-M_{v,m} + \alpha\|x\|\right) < 0$$

よって, 次式を満たす κ が存在し, $\dot{H}(r_1, e, r_{2,}\tilde{q})$ は上限を持つ.

$$\dot{H}(r_1, e, r_{2,}\tilde{q}) \le -\kappa\|x\|^2 \quad \kappa > 0 \text{ scalar} \quad \forall t > 0 \quad (10)$$

(9), (10)より次の関係を満たす $m, \rho > 0$ が, 存在する.

$$\|x(t)\|^2 \le m e^{-\rho t}\|x(0)\| \quad \forall t > 0$$

よって, $x \to 0 \Leftrightarrow r_1, e, r_2, \tilde{q} \to 0 \Leftrightarrow \dot{e}, e, \dot{\tilde{q}}, \tilde{q} \to 0$ となり,

この閉ループは準大域的に指数安定となる.

指数安定が保証される領域は,

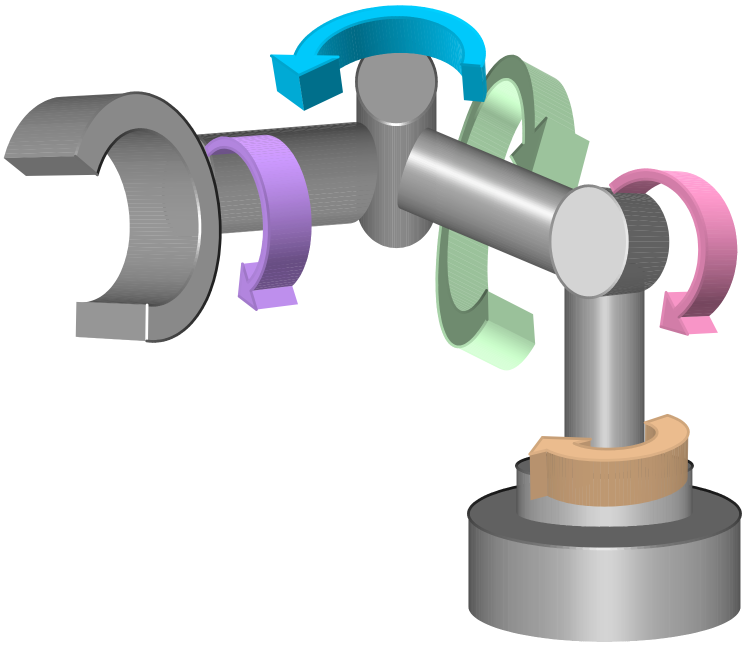
$$\beta_C = \left\{ x \;\middle|\; \|x\| < \frac{M_{v,m}}{\alpha}\sqrt{\frac{P_m}{P_M}} \right\}$$

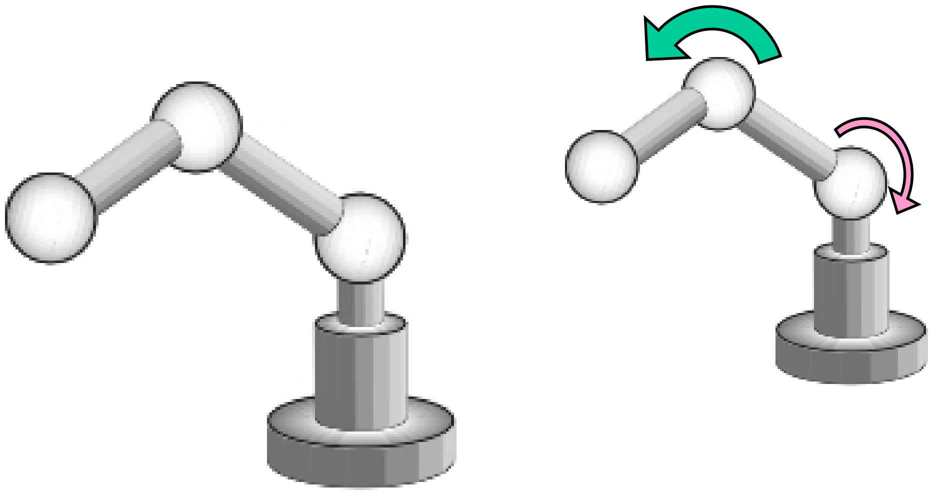
今後の課題

- 受動性の確認
- 保守的な条件を緩める
- シミュレーション, 実機による実験
- 複数台の制御への適用

Fig.2 SISE-DD Arm

図：ロボットマニピュレータ





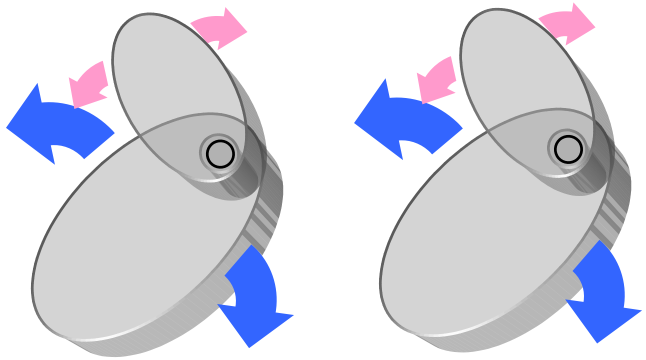
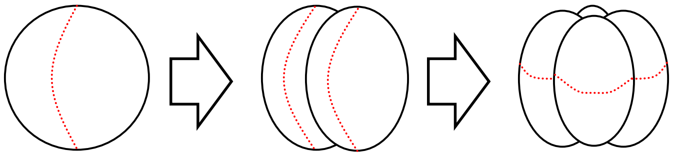
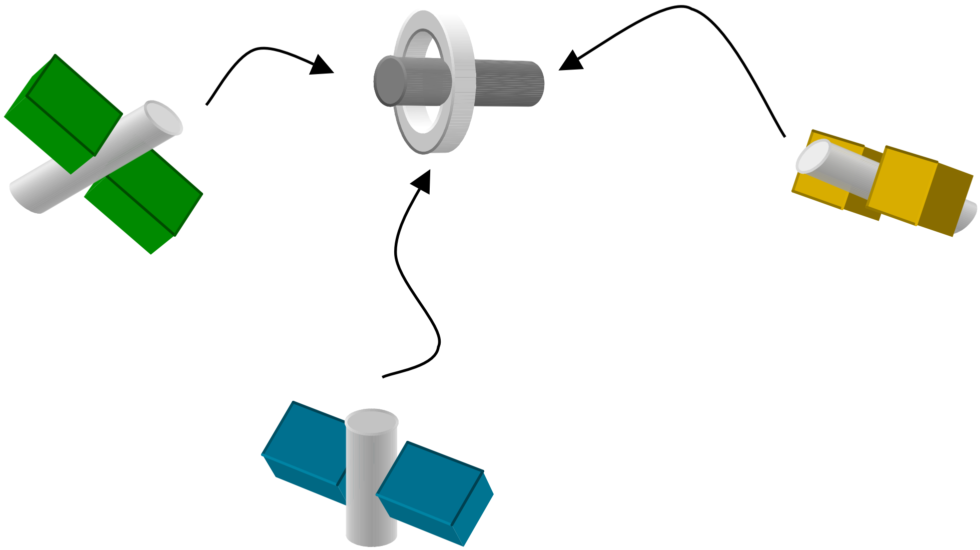


図2：その他



卵割
cleavage division



人工衛星の集合

Rendezvous