

Tokyo Institute of Technology

## 混合整数計画によるセンシングを考慮した 軌道生成に関する研究



FL06-31-1  
西崎 潤平

Fujita Laboratory

Tokyo Institute of Technology

## 発表の流れ

はじめに  
 -混合整数計画による軌道生成  
 -センシングを考慮した軌道生成  
 -シミュレーション  
 -実験  
 -まとめ



Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory 2

Tokyo Institute of Technology

## はじめに

ビークルの自動化によって活躍が期待される分野  
 -監視, 点検  
 -探索  
 -災害救助  
 その他, 建設・土木作業, 交通, 福祉など

ビークルの経路計画  
 混合整数計画による軌道生成  
 [1] J. How et al., ECC2001  
 -混合整数計画による軌道生成.  
 -障害物回避などの拘束条件を満たす  
 最適な経路を設計できる.  
 !探索,点検,救助といった場面では適した  
 軌道とはいえないのでは?

周囲をセンシングするという状況を考慮した軌道生成

Fujita Laboratory 3

Tokyo Institute of Technology

## 混合整数計画問題

線形計画問題基本形(LP)  
 目的関数  $\min : C^T x$   
 拘束条件  $Ax \leq b$

混合整数線形計画問題基本形(MILP)  
 目的関数  $\min C^T x + D^T z$   
 拘束条件  $Ax + Bz \leq b$   
 $z : \text{integer}$

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory 4

Tokyo Institute of Technology

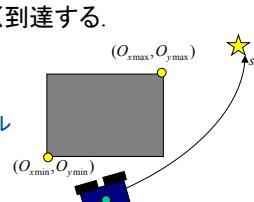
## 基本的な目的関数と拘束

目的関数  

$$\min_{u_k} \sum_{k=1}^{N-1} (q^T w_k + r^T v_k)$$

拘束条件  

$$\left\{ \begin{array}{l} s_{k+1} = As_k + Bu_k \\ s_{\min} \leq s_k \leq s_{\max} \\ u_{\min} \leq u_k \leq u_{\max} \\ -w_k \leq s_f - s_k \leq w_k \\ -v_k \leq u_k \leq v_k \\ s_N = s_f \\ x_k \leq o_{x,\min} + Mt_{k,1} \\ -x_k \leq o_{x,\max} + Mt_{k,2} \\ y_k \leq o_{y,\min} + Mt_{k,3} \\ -y_k \leq o_{y,\max} + Mt_{k,4} \\ \sum_{p=1}^4 t_{k,p} \leq 3 \end{array} \right.$$

モデル  


Fujita Laboratory 5

Tokyo Institute of Technology

## センシングを考慮した軌道生成(1)

問題設定:  
 一度にセンシングできる範囲が限られている状況  
 でなるべくフィールド上の広い範囲をセンシングし  
 て目的位置に到達する.

センシングできる領域を大きくしたいが  
 領域を直接計算して評価することはできない.  
 $E_x = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k$

各ステップでの位置のばらつきを最大化  
 する.  
 →各ステップでの位置のばらつきが  
 大きければ領域も広くなるのでは.  
 →しかし、分散も直接できないので、平均との  
 差の1ノルムを評価する.

これを目的関数に入れる  
 $E_y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |E_x - x_k|^2$

$V_x = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |E_x - x_k|^2$

$V_y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |E_y - y_k|^2$

$$\sum_{k=1}^N |E_x - x_k|$$

$$\sum_{k=1}^N |E_y - y_k|$$

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory 6

**センシングを考慮した軌道生成(2)**

Tokyo Institute of Technology

目的関数

$$\min \sum_{k=1}^N -o_x^T \varepsilon_{x,k} - o_y^T \varepsilon_{y,k}$$

$$\varepsilon_{x,k} \leq E_x - x_k + Mt'_{x,k,1}$$

$$\varepsilon_{x,k} \leq -E_x + x_k + Mt'_{x,k,2}$$

$$t'_{x,k,1} + t'_{x,k,2} = 1, t'_{x,k,1}, t'_{x,k,2} \in \{0,1\}$$

$$\varepsilon_{y,k} \leq E_y - y_k + Mt'_{y,k,1}$$

$$\varepsilon_{y,k} \leq -E_y + y_k + Mt'_{y,k,2}$$

$$t'_{y,k,1} + t'_{y,k,2} = 1, t'_{y,k,1}, t'_{y,k,2} \in \{0,1\}$$

$$\varepsilon_{x,k} \varepsilon_{y,k} : \text{スラック変数}$$

$$M : \text{大きな数}$$

拘束条件

$$\sum_{k=1}^N |E_x - x_k|$$

$$\sum_{k=1}^N |E_y - y_k|$$

を最大化する拘束

Fujita Laboratory 7

**平均に対する拘束**

Tokyo Institute of Technology

目的関数

$$\min l_x^T \sigma_x + l_y^T \sigma_y$$

$$\sum_{k=1}^N x_k - N \cdot E_x = 0$$

$$\sum_{k=1}^N y_k - N \cdot E_y = 0$$

拘束条件

$$E_x - \hat{E}_x \leq \sigma_x$$

$$-E_x + \hat{E}_x \leq \sigma_x$$

$$E_y - \hat{E}_y \leq \sigma_y$$

$$-E_y + \hat{E}_y \leq \sigma_y$$

$E_x, E_y$  を求めるための拘束

$E_x, E_y$  を  $\hat{E}_x, \hat{E}_y$  に近づけるための拘束

今回はフィールドの図形中心に設定している

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory 8

**定式化(1)**

Tokyo Institute of Technology

これまで挙げたモデル、障害物回避、平均・分散の拘束を総合すると…

目的関数

$$\min \sum_{k=1}^{N-1} (q^T w_k + r^T v_k - o_x^T \varepsilon_{x,k} - o_y^T \varepsilon_{y,k} + l_x^T \sigma_x + l_y^T \sigma_y) - (o_x^T \varepsilon_{x,N} + o_y^T \varepsilon_{y,N})$$

拘束条件1

$$s_{k+1} = As_k + Bu_k$$

$$s_{\min} \leq s_k \leq s_{\max}$$

$$u_{\min} \leq u_k \leq u_{\max}, s_k = \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix}$$

$$-w_k \leq s_f - s_k \leq w_k$$

$$-v_k \leq u_k \leq v_k$$

$$s_N = s_f$$

$$x_k \leq o_{x,\min} + Mt_{k,1}$$

$$-x_k \leq -o_{x,\max} + Mt_{k,2}$$

$$y_k \leq o_{y,\min} + Mt_{k,3} \quad \forall k \in [1, \dots, N], t_{k,p} \in \{0,1\}$$

$$-y_k \leq -o_{y,\max} + Mt_{k,4}$$

$$\sum_{p=1}^4 t_{k,p} \leq 3 \quad t_{k,1}, t_{k,2}, t_{k,3}, t_{k,4} : 0-1スラック変数$$

$$M : \text{大きな数}$$

Fujita Laboratory 9

**定式化(2)**

Tokyo Institute of Technology

目的関数

$$\varepsilon_{x,k} \leq E_x - x_k + Mt'_{x,k,1}$$

$$\varepsilon_{x,k} \leq -E_x + x_k + Mt'_{x,k,2}$$

$$t'_{x,k,1} + t'_{x,k,2} = 1, t'_{x,k,1}, t'_{x,k,2} \in \{0,1\}$$

$$\varepsilon_{y,k} \leq E_y - y_k + Mt'_{y,k,1}$$

$$\varepsilon_{y,k} \leq -E_y + y_k + Mt'_{y,k,2}$$

$$t'_{y,k,1} + t'_{y,k,2} = 1, t'_{y,k,1}, t'_{y,k,2} \in \{0,1\}$$

拘束条件2

$$E_x - \hat{E}_x \leq \sigma_x$$

$$-E_x + \hat{E}_x \leq \sigma_x$$

$$E_y - \hat{E}_y \leq \sigma_y$$

$$-E_y + \hat{E}_y \leq \sigma_y$$

$$t'_{k,1}, t'_{k,2}, t'_{k,3}, t'_{k,4} : 0-1スラック変数$$

$$M : \text{大きな数}$$

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory 10

**シミュレーション**

Tokyo Institute of Technology

従来の軌道生成 提案した軌道生成

提案した手法ではより広い範囲をセンシングできている

スタート フィールド ゴール マージン

Fujita Laboratory 11

**Fumaによる実験**

Tokyo Institute of Technology

フィールドと計画した軌道

実験風景

※5倍速

Fuma

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory 12

**おわりに**

Tokyo Institute of Technology

**まとめ**

- ・状態の平均・分散を目的関数に加えることでセンシングに適した軌道生成ができた。
- ・Fumaを計画した軌道におおよそ沿って走行させることができた。

**今後の予定と課題**

軌道生成について

- ・フィールドの形を変えての検討
- ・MPTtoolboxとの比較検討
- ・複数台での軌道生成

実験について

- ・精度の改善。
- ・動作ごとの待ち時間の改善。
- ・フィールドを壁で作り、問題設定に沿った条件での実験。

Fujita Laboratory 13

**参考文献**

Tokyo Institute of Technology

- [1] T. Schouwenaars, B. D. Moor, E. Feron, J. How, "Mixed Integer Programming for Multi-Vehicle Path Planning," ECC2001.
- [2] D. Bertsimas, J. N. Tsitsiklis, "Introduction to Linear Optimization," Athena Scientific.
- [3] 津村俊弘, "ビーカルオートメーションの現状と将来展望," システムと制御, vol. 29, No. 3, pp. 135-141, 1985.
- [4] A. Richards, J. How, "Mixed-integer Programming for Control," ACC2005.

Fujita Laboratory 14

Tokyo Institute of Technology

**付録**

Fujita Laboratory

**シミュレーション2**

Tokyo Institute of Technology

モデルと障害物回避の拘束に加え…  
平均にのみ拘束をかけ、分散に対する拘束を除いた場合

$$\begin{aligned} \min \quad & l_x^T \sigma_x + l_y^T \sigma_y \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{k=1}^N x_k - N \cdot E_x = 0 \\ & \sum_{k=1}^N y_k - N \cdot E_y = 0 \\ & E_x - \hat{E}_x \leq \sigma_x \\ & -E_x + \hat{E}_x \leq \sigma_x \\ & E_y - \hat{E}_y \leq \sigma_y \\ & -E_y + \hat{E}_y \leq \sigma_y \end{aligned}$$

Fujita Laboratory 16

**シミュレーション3**

Tokyo Institute of Technology

平均・分散に関する拘束は除き、フィールドの形に沿って軌道生成問題を3回解く。

Fujita Laboratory 17

**シミュレーション4**

Tokyo Institute of Technology

障害物はなく、四角形のフィールドの場合  
平均・分散に関する拘束を考えた軌道生成。

Fujita Laboratory 18

**線形計画法の例(The diet problem)**

Tokyo Institute of Technology

問題: n種類の食べ物(food)とm種類の栄養素(Nutrient)の表がある。必要な栄養を摂りながら食べる量を最小にするには?

	Food1( $c_1$ )	Food2( $c_2$ )	Food3 ( $c_3$ )	Food4( $c_4$ )
Nutrient1	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$
Nutrient2	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$
Nutrient3	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$a_{34}$

必要な量  $(b_1, b_2, b_3)$  各食べ物の重み  $(c_1, c_2, c_3, c_4)$

目的関数  $\min_x c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4$

拘束条件  $\begin{cases} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \geq b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \geq b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \geq b_3 \end{cases}$

量を抑えながら  
必要な栄養を摂る組み合わせ。

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory 19

**線形計画法の例(The diet problem)つづき**

Tokyo Institute of Technology

まとめると…

目的関数  $\min [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$

拘束条件  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$

目的関数  $\min C^T x$

拘束条件  $Ax \geq b$

$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, \quad C = [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4]$

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory 20