

Tokyo Institute of Technology

ロボットのSynchroniztion 制御における Slotine-Li 型への展開 ~実験と問題の発見~



FL06-28-1

米村 大輔

Tokyo Institute of Technology

Fujita Laboratory

Tokyo Institute of Technology

はじめに

- 位置づけ
- Slotine – Li 型の同期制御について
 - ✦ 証明
 - ✦ 実験結果

Tokyo Institute of Technology

Fujita Laboratory

Tokyo Institute of Technology

Control of Robot Manipulator

- 1台のロボットマニピュレータの制御
 - ✦ 受動性に基づく制御 (Passivity - based Control)
 - ロボットダイナミクスの非線形性(受動性)を生かした制御
 - ✦ 逆動力学に基づく制御 (Inverse Dynamics Control)
 - ロボットダイナミクスの非線形性を打ち消して制御

Tokyo Institute of Technology

Fujita Laboratory

Tokyo Institute of Technology

受動性に基づくロボットマニピュレータの制御

- 1台のロボットマニピュレータの制御
 - ✦ 受動性に基づく制御

Takegaki, Arimoto	Position Control
Paden, Panja	
Slotine, Li	
Sadegh, Horowitz	Adaptive Motion Control
Ortega, Spong	
Spong	Robust

Tokyo Institute of Technology

Fujita Laboratory

Tokyo Institute of Technology

受動性に基づくロボットマニピュレータの制御

- 1台のロボットマニピュレータの制御
 - ✦ 受動性に基づく制御

Takegaki, Arimoto	オブザーバ (Observer)
Paden, Panja	
Slotine, Li	Berghuis, Nijmeijer
Sadegh, Horowitz	
Ortega, Spong	
Spong	

Tokyo Institute of Technology

Fujita Laboratory

Tokyo Institute of Technology

位置づけ

- ロボットマニピュレータの制御
 - ✦ 1台のロボットの制御
 - ✦ 複数台のロボットの制御

Takegaki, Arimoto		
Paden, Panja	↔	Rodriguez, Nijmeijer
Slotine, Li	↔	Yonemura
Sadegh, Horowitz		
Ortega, Spong		
Spong	↔	

Tokyo Institute of Technology

Fujita Laboratory

問題設定

Tokyo Institute of Technology

制御対象
 p 台のロボットマニピュレータ

$$M_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + g_i(q_i) = \tau_i \quad (1)$$

$i = 1, \dots, p$

制御目的

$$q_i \rightarrow q_j, \quad q_i \rightarrow q_d$$

$$\dot{q}_i \rightarrow \dot{q}_j, \quad \dot{q}_i \rightarrow \dot{q}_d$$

q_d, \dot{q}_d : 共通の目標軌道

Fujita Laboratory

変数の定義

Tokyo Institute of Technology

偏差 $e_i \triangleq q_i - q_d$

目標値信号 $q_{ri} \triangleq q_d - \sum_{j=1, j \neq i}^p K_{i,j}(q_i - q_j)$

$K_{i,j}$: 半正定対角行列

同期偏差 $e_{si} \triangleq q_i - q_{ri}$

補助変数 $v_i \triangleq \dot{q}_{ri} - \Lambda_i e_{si}$ Λ_i : 正定対角行列

$$a_i \triangleq \ddot{q}_{ri} - \Lambda_i \dot{e}_{si}$$

$$r_i \triangleq \dot{q}_i - v_i$$

Fujita Laboratory

Slotine - Li 型の制御則

Tokyo Institute of Technology

コントローラ

$$\tau_i = M_i(r_i)a_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)v_i + g_i(q_i) - K_i r_i \quad (3)$$

$i = 1, \dots, p$

閉ループ系

$$M_i(q_i)\dot{r}_i = -C_i(q_i, \dot{q}_i)r_i - K_i r_i, \quad i = 1, \dots, p \quad (4)$$

定理

ロボットダイナミクス(1), コントローラ(3) によって形成される閉ループ系(4), について考える.

もし, ゲイン K_i ($i = 1, \dots, p$) が正定行列であるなら, 同期偏差 e_{si}, \dot{e}_{si} ($i = 1, \dots, p$) は大域的に漸近安定である.

Fujita Laboratory

証明

Tokyo Institute of Technology

(証明)

エネルギー関数 V_i

$$V_i = \frac{1}{2} r_i^T M_i(q_i) r_i + e_{si} \Lambda_i K_i e_{si}$$

時間微分

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= r_i^T M_i(q_i) \dot{r}_i + \frac{1}{2} r_i^T \dot{M}_i(q_i) r_i + 2e_{si} \Lambda_i K_i \dot{e}_{si} \\ &= r_i^T (-C_i r_i - K_i r_i) + \frac{1}{2} r_i^T \dot{M}_i r_i + 2e_{si} \Lambda_i K_i \dot{e}_{si} \\ &= \frac{1}{2} r_i^T (\dot{M}_i - 2C_i) r_i - r_i^T K_i r_i + 2e_{si} \Lambda_i K_i \dot{e}_{si} \\ &= -(e_{si} + \Lambda_i e_{si})^T K_i (e_{si} + \Lambda_i e_{si}) + 2e_{si} \Lambda_i K_i \dot{e}_{si} \\ &= -\dot{e}_{si}^T K_i \dot{e}_{si} - 2e_{si} \Lambda_i K_i \dot{e}_{si} - e_{si}^T \Lambda_i^T K_i e_{si} \Lambda_i + 2e_{si} \Lambda_i K_i \dot{e}_{si} \\ &= -\dot{e}_{si}^T K_i \dot{e}_{si} - e_{si}^T \Lambda_i^T K_i \Lambda_i e_{si} \end{aligned}$$

Fujita Laboratory

証明

Tokyo Institute of Technology

エネルギー関数 V

$$V = \sum_{i=1}^p V_i$$

時間微分

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^p \dot{V}_i \quad \because \dot{V}_i = -\dot{e}_{si}^T K_i \dot{e}_{si} - e_{si}^T \Lambda_i^T K_i \Lambda_i e_{si} \\ &= \sum_{i=1}^p (-\dot{e}_{si}^T K_i \dot{e}_{si} - e_{si}^T \Lambda_i^T K_i \Lambda_i e_{si}) \\ &= -\sum_{i=1}^p \dot{e}_{si}^T K_i \dot{e}_{si} - \sum_{i=1}^p e_{si}^T \Lambda_i^T K_i \Lambda_i e_{si} < 0 \end{aligned}$$

したがって

$$e_{si} \rightarrow 0, \quad \dot{e}_{si} \rightarrow 0, \quad i = 1, \dots, p$$

Q.E.D.

Fujita Laboratory

同期偏差

Tokyo Institute of Technology

ここで, 同期偏差について

$$\begin{aligned} e_{si} &\triangleq q_i - q_{ri} \\ &= q_i - q_d + \sum_{j=1, j \neq i}^p K_{i,j}(q_i - q_j) \\ &= \left(I + \sum_{j=1, j \neq i}^p K_{i,j} \right) q_i - \sum_{j=1, j \neq i}^p K_{i,j} q_j - q_d \\ &= \begin{bmatrix} -K_{i,1} & \cdots & I + \sum_{j=1, j \neq i}^p K_{i,j} & \cdots & -K_{i,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_p \end{bmatrix} - q_d \end{aligned}$$

Fujita Laboratory

同期偏差

Tokyo Institute of Technology

$$e_s = \begin{bmatrix} e_{s1} \\ e_{s2} \\ \vdots \\ e_{sp} \end{bmatrix}, e_{si} = \begin{bmatrix} -K_{i,1} & \cdots & I + \sum_{j=1, j \neq i}^p K_{i,j} & \cdots & -K_{i,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_p \end{bmatrix} - q_d$$

$$= \begin{bmatrix} I + \sum_{j=1, j \neq 1}^p K_{1,j} & -K_{1,2} & \cdots & -K_{1,p} \\ -K_{2,1} & I + \sum_{j=1, j \neq 2}^p K_{2,j} & \cdots & -K_{2,p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -K_{p,1} & -K_{p,2} & \cdots & I + \sum_{j=1, j \neq p}^p K_{p,j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_p \end{bmatrix} - q_d$$

$$= M_c(K_{i,j}) \begin{bmatrix} q_d \\ q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} q_d \\ q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix}$$

Tokyo Insti Fujita Laboratory

漸近安定と同期達成の等価性

Tokyo Institute of Technology

e_{si} が大域的に漸近安定とは
 $e_{si} \rightarrow 0 \quad i = 1, \dots, p$

$$\Leftrightarrow e_s = M_c(K_{i,j})q - \begin{bmatrix} q_d \\ q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix} \rightarrow 0$$

$$\Leftrightarrow M_c(K_{i,j})q \rightarrow \begin{bmatrix} q_d \\ q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} \text{同期達成} \\ q_i \rightarrow q_j, q_i \rightarrow q_d \\ ? \quad \dot{q}_i \rightarrow \dot{q}_j, \dot{q}_i \rightarrow \dot{q}_d \end{matrix}$$

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory

補助定理

Tokyo Institute of Technology

補助定理

行列 $M_c(K_{i,j})$ はすべての半正定対角行列 $K_{i,j}$, $i, j = 1, \dots, p$ に対して正則である。

さらに、すべての半正定対角行列 $K_{i,j}$, $i, j = 1, \dots, p$ に対して

$$M_c(K_{i,j}) \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix}$$

の関係を保つ。

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory

補助定理の証明

Tokyo Institute of Technology

(証明の流れ)

$M_c(K_{i,j})$ の固有値がすべて0より大きいことを示す
 \Leftrightarrow 正則

さらに

$$M_c(K_{i,j})q = \begin{bmatrix} q_d \\ q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix} \quad \because M_c(K_{i,j}) \begin{bmatrix} q_d \\ q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_d \\ q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_p \end{bmatrix} = M_c(K_{i,j})^{-1} \begin{bmatrix} q_d \\ q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_d \\ q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix}$$

したがって、同期達成

Q.E.D

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory

実験

Tokyo Institute of Technology

2台のSICE DD アームに対する実験 $i = 1, 2$

目標軌道

[1] $q_{d,1} = \frac{\pi}{6}, q_{d,2} = \frac{\pi}{3}$

[2] $q_{d,1} = \frac{\pi}{6} \cos(t), q_{d,2} = \frac{\pi}{3} \cos(t)$

初期状態

$q_i(0) = [0, 0]^T$
 $\dot{q}_i(0) = [0, 0]^T$

コントローラ

$K_i = \text{diag}\{15, 10\}$
 $\Lambda_i = \text{diag}\{1.2, 0.3\}$
 $K_{12} = K_{21} = \text{diag}\{4, 4\}$



Fig. SICE DD アーム

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory

実験結果 [1]

Tokyo Institute of Technology

[1] $q_{d,1} = \frac{\pi}{6}, q_{d,2} = \frac{\pi}{3}$

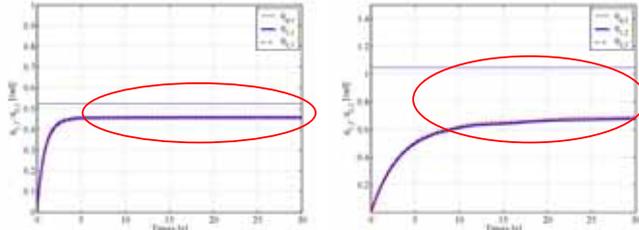
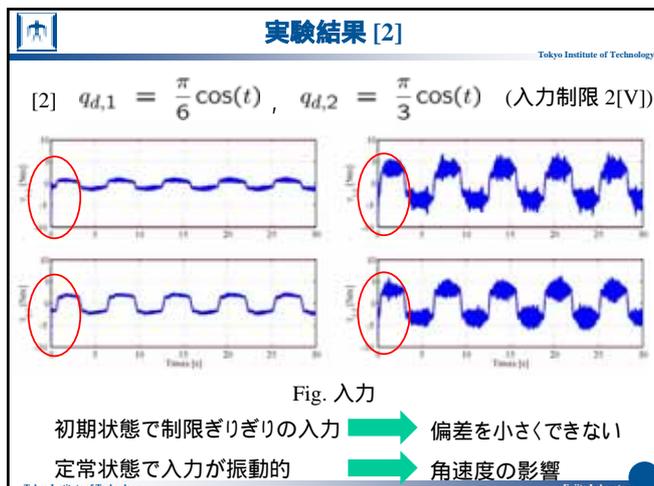
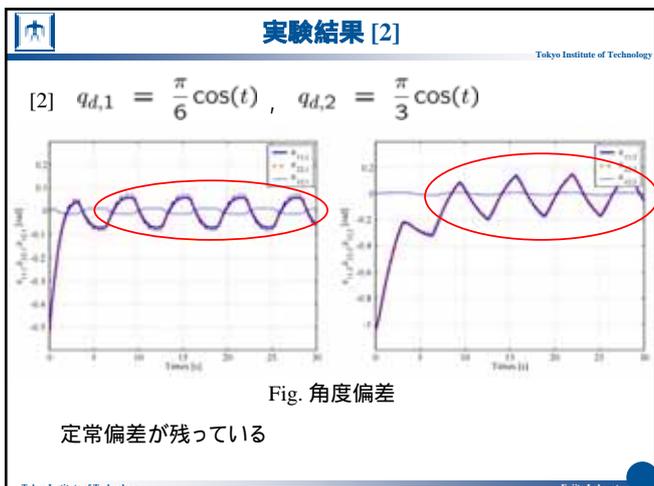
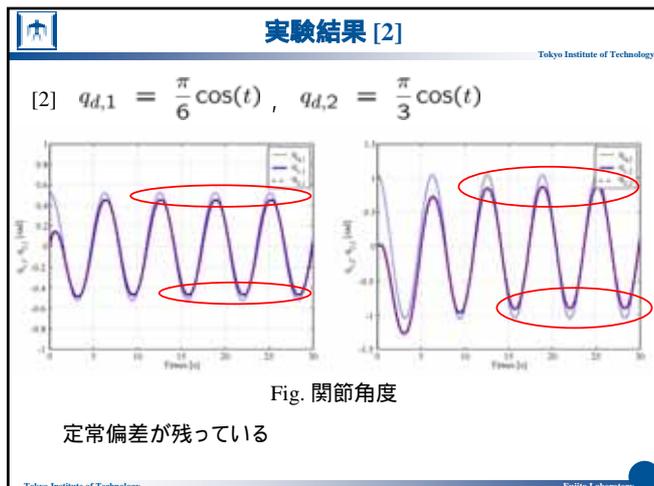
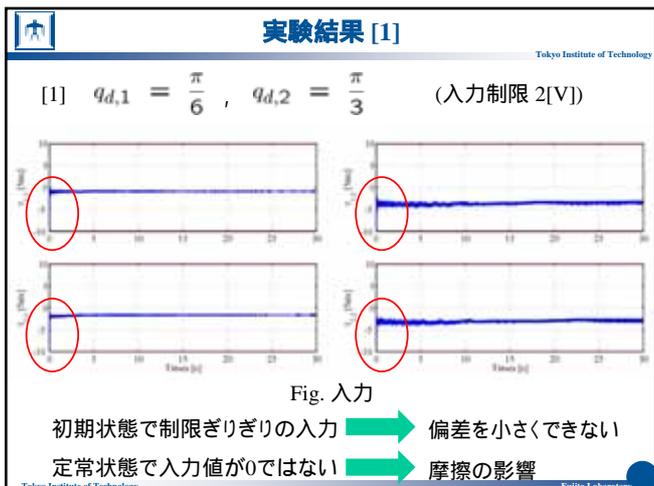


Fig. 関節角度

定常偏差が残っている

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory



原因解明のための実験

Tokyo Institute of Technology

1台のSICE DD アームに対する実験 Slotine - Liら

目標軌道

$$q_{d,1} = \frac{\pi}{6} \cos(t), \quad q_{d,2} = \frac{\pi}{3} \cos(t)$$

初期状態

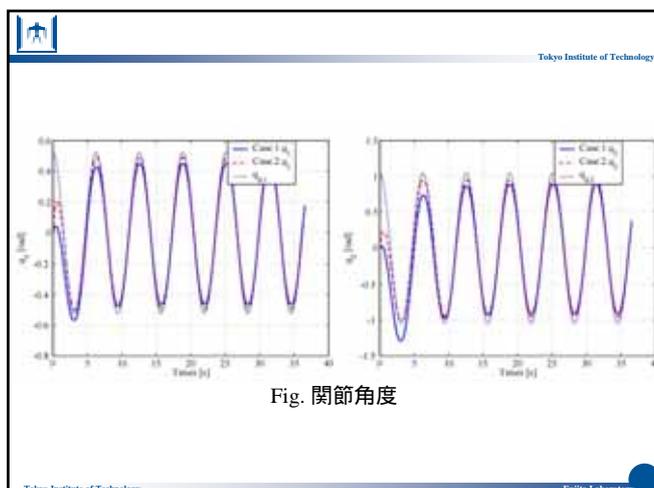
$$q_i(0) = [0, 0]^T, \quad \dot{q}_i(0) = [0, 0]^T$$

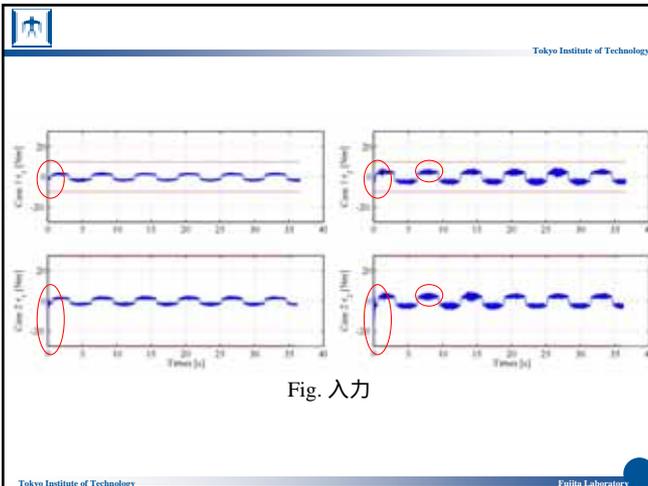
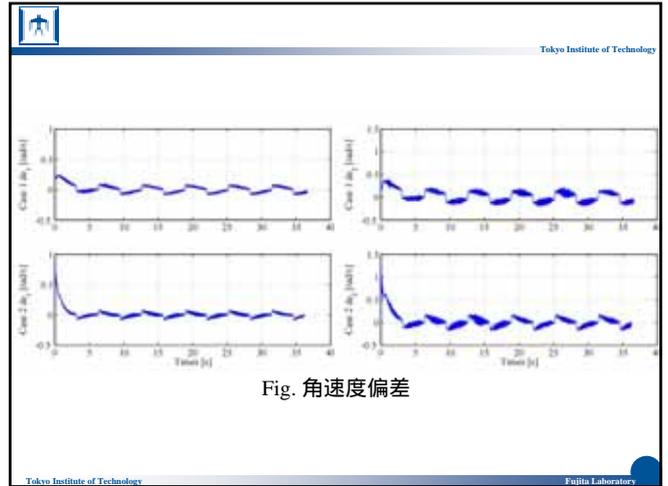
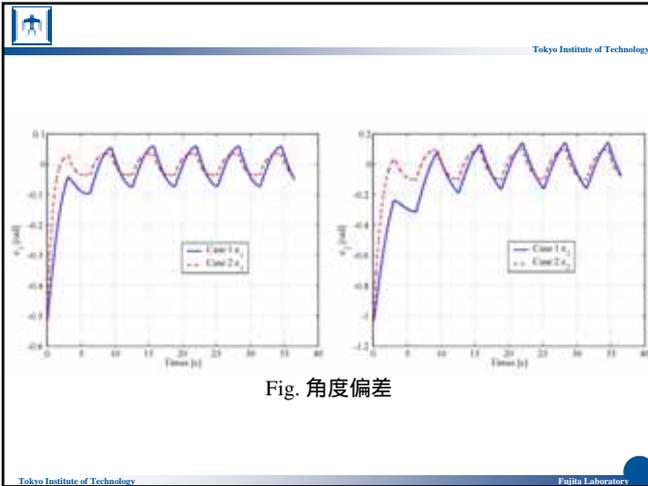
コントローラ

Case 1 : 入力制限 2[V]
 $K = \text{diag}\{15, 10\}$, $\Lambda = \text{diag}\{1.2, 0.3\}$

Case 2 : 入力制限 6[V]
 $K = \text{diag}\{37, 19\}$, $\Lambda = \text{diag}\{1.4, 0.5\}$

Tokyo Institute of Technology Fujita Laboratory





- ### 課題
- 定常偏差 (摩擦) への対応
 - ✦ 積分項の導入 (PID型への拡張)
 - ✦ 角速度の推定
 - ✦ 飽和関数の導入
 - ✦ ロバスト制御への拡張
 - ✦ 摩擦補償の追加
 - 課題
 - ✦ 動機
 - ✦ グラフ的な表現の導入
 - ✦ ネットワークに関する問題
 - ✦

- ### おわりに
- Slotine – Li 型の同期制御について
証明を詳しく
 - 今後の課題
 - ✦ 動機
 - ✦ グラフ的な表現の導入

付録

付録



課題

Tokyo Institute of Technology

■ 定常偏差 (摩擦) への対応

- ✦ 積分項の導入 (PID型への拡張)
残っている偏差を積分する
- ✦ 角速度の推定
外乱を減らすことでゲインを大きくできる
- ✦ 飽和関数の導入
ゲインを大きくできる
- ✦ ロバスト制御への拡張
摩擦をモデルの不確かさと捉える
- ✦ 摩擦補償の追加
摩擦項をダイナミクスに加え, 考慮する

Tokyo Institute of Technology

Fujita Laboratory



参考文献

Tokyo Institute of Technology

Tokyo Institute of Technology

Fujita Laboratory