ロボットマニピュレータのSynchronization

藤田研究室　　　　米村 大輔

平成 18 年 5 月 8 日

1 はじめに

近年 Consensus Problem [1] 複数の制御対象 (Multi-agent) Coordination の最近の研究結果として Vehicle Formation や Spacecraft のグループ間の姿勢調節などがあげられ, ほかにも Robot Position Synchronization [2] があげられている.

そこで, 本レポートでは, Robot Manipulator の Mutual Synchronization についてまとめられた文献 [3] について述べる.

2 Synchronization

まず, 本章ではロボットマニピュレータの Mutual Synchronization について述べる.

文献 [3] では, p 台のロボットマニピュレータに対して, 各ロボットマニピュレータはすべてのロボットマニピュレータと通信することで, すべてのロボットマニピュレータの関節角度, 角速度, 角加速度 q_i, $\dot{q}_i$, $\ddot{q}_i$ $(i = 1, \ldots, p)$ を得ることができるとしている. 以上の状況において, Mutual Sychronization は共通の目標関節角度, 角速度 q_d, $\dot{q}_d$ に追従させ, 他のロボットマニピュレータの関節角度, 角速度と同期させることである. つまり,

$$\begin{aligned} q_1 = \cdots = q_p = q_d \\ \dot{q}_1 = \cdots = \dot{q}_p = \dot{q}_d \end{aligned} \tag{1}$$

となることである.

ロボットマニピュレータが 4 台の場合のロボットマニピュレータの Mutual Synchronization 問題の概念図は Fig. 1 のように示される. また, Fig. 1 の制御対象である 4 台のロボットマニピュレータの連結部だけを抜き出した図を Fig. 2 に示す. q_i, $\dot{q}_i$, $\ddot{q}_i$, $i = 1, \ldots, 4$ は Robot i, $i = 1, \ldots, 4$ の関節角度, 角速度, 角加速度を表しており, q_d, $\dot{q}_d$, $\ddot{q}_d$ はすべてのロボットマニピュレータに共通の目標関節角度, 角速度, 角加速度を表している. Fig. 2 を見れば, 各ロボットマニピュレータは他のすべてのロボットマニピュレータと通信しているとこがわかる. そして,

$$\begin{aligned} q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q_d \\ \dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dot{q}_3 = \dot{q}_4 = \dot{q}_d \end{aligned} \tag{2}$$

となることを目標とする.

一般的にロボットマニピュレータが p 台とすると, Mutual Synchronization 問題はこの目的を達成するためのコントローラ τ_i, $i = 1, \ldots, p$ を設計することである.

3 文献 [3] の問題設定

制御対象としては, p 台の n (n Degree of Free, n-DOF) 自由度をもつロボットマニピュレータ (Robot Manipurator) を考え, ロボットマニピュレータ (Robot Manipurator) はすべて同一のものとする. i 番目のロボットマニピュレータ (Robot Manipurator) のダイナミクス (Dymanics) は次式で与えられる.

$$M_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + g_i(q_i) \quad = \quad \tau_i \ , \quad i = 1, \ldots, 4 \tag{3}$$

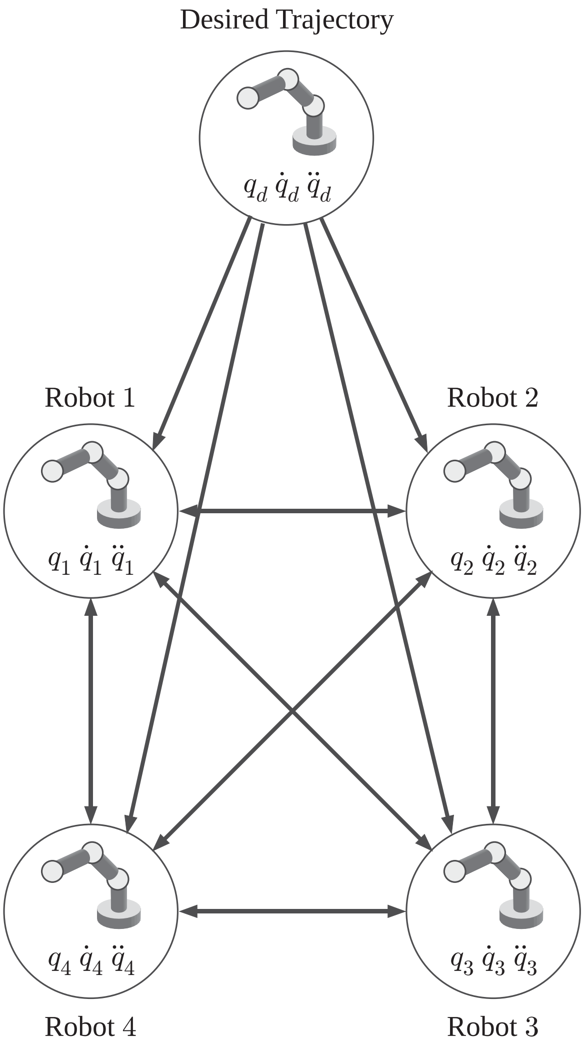

Fig.1: Robot の Mutual Synchronization の概略図

ここで, $q_i \in \mathbb{R}^n$ は関節角度 (Joint Coordinate) , $\tau_i \in \mathbb{R}^n$ は入力トルク (Torques) , $M_i(q_i) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ は慣性行列 (Positive Definite Inertia Matrix) , $C_i(q_i, \dot{q}_i) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ は遠心力・コリオリ力項 (Coriolis and Centrifugal Forces) , $g_i(q_i) \in \mathbb{R}^n$ は重力項 (Gravity Forces) である.

特性は A.1 節と同様である.

すべてのロボットマニピュレータ (Robot Manipurator) (3) に対し共通の目標軌道 (Common Desired Trajectory) として, 共通の目標関節角度, 角速度を q_d, $\dot{q}_d$ とおく.

i 番目のロボットマニピュレータ (i th Robot Manipurator) に対する目標値信号 (Reference Signal) q_{ri}, $\dot{q}_{ri}$, $\ddot{q}_{ri}$ を次式のように定義する.

$$
\begin{aligned}
q_{ri} &\triangleq q_d - \sum_{j=1, j\neq i}^{p} K_{i,j}(q_i - q_j) \\
\dot{q}_{ri} &\triangleq \dot{q}_d - \sum_{j=1, j\neq i}^{p} K_{i,j}(\dot{q}_i - \dot{q}_j) \\
\ddot{q}_{ri} &\triangleq \ddot{q}_d - \sum_{j=1, j\neq i}^{p} K_{i,j}(\ddot{q}_i - \ddot{q}_j)
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

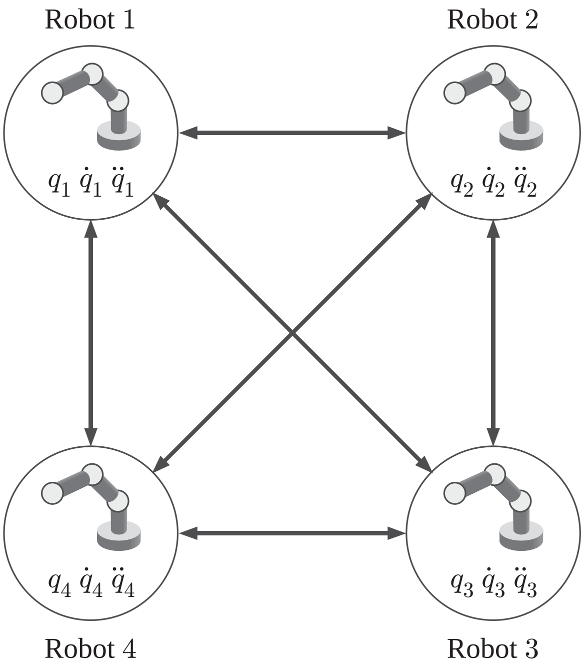

Fig.2: Robot の Mutual Synchronization の概略図

ここで, ゲイン $K_{i,j} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ は半正定対角行列 (Positive Semi-dfinite Diagonal Matrix) である. 上式で定義された目標値信号 (Reference Signal) (4) は文献 [4] の Coupling Error を使っており, 文献 [3] においてポイントとなっている.

ここで, (4) 式の目標値信号 (Reference Signal) q_{ri} の定義式に注目する. 定義式の右辺第 2 項は i 番目のロボットマニピュレータ (i th Robot Manipurator) の関節角度 q_i とそのほかのロボットマニピュレータ (j th Robot Manipurator) ($j = 1, \ldots, p,\ j \neq i$) の関節角度 q_j との差分のゲイン $K_{i,j}$ 倍になっており, これがポイントとなっている Coupling Error であり, Synchronization をするための補助定理 (Lemma) で用いられる. そして, (4) 式より, i 番目のロボットマニピュレータの関節角度の目標値信号 q_{ri} は共通の目標関節角度 q_d と Coupling Error との差で定義されている.

i 番目のロボットマニピュレータ (i th Robot Manipurator) に対する Synchronization Error s_i, $\dot{s}_i$ を次式のように定義する.

$$\begin{aligned} s_i &\triangleq q_i - q_{ri} \\ \dot{s}_i &\triangleq \dot{q}_i - \dot{q}_{ri} \end{aligned} \tag{5}$$

Synchronization Error s_i, $\dot{s}_i$ は関節角度, 角速度 q_i, $\dot{q}_i$ と対応する関節角度, 角速度の目標値信号 (Reference Signal) q_{ri}, $\dot{q}_{ri}$ との差として定義されている.

i 番目のロボットマニピュレータに対して, 新しい制御入力 (New Control Input) を ν_i としてコントローラ (Controller) τ_i を次式のように与える.

$$\tau_i = M_i(q_i)\ddot{q}_{ri} + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_{ri} + g_i(q_i) - K_{p,i}s_i + \nu_i \tag{6}$$

ここで, $K_{p,i}$ はコントローラゲインである.

さらに, i 番目のロボットマニピュレータに対して, 新しい制御入力 (New Control Input) ν_i を次式のように与える.

$$\nu_i = -K_{d,i}\dot{s}_i \tag{7}$$

ここで, $K_{d,i}$ はコントローラゲインである.

i 番目のロボットマニピュレータにおいて, コントローラ τ_i (6) に新しい制御入力 ν_i (7) を適用すると次式のようになる.

$$\tau_i \quad = \quad M_i(q_i)\ddot{q}_{ri} + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_{ri} + g_i(q_i) - K_{d,i}\dot{s}_i - K_{p,i}s_i \tag{8}$$

よって, i 番目のロボットマニピュレータ (3) とそれに対するコントローラ τ_1 (6), 新しい制御入力 ν_i (7) によって構成される閉ループ系 (Closed-loop System) は次式のようになる.

$$M_i(q_i)\ddot{s}_i \quad = \quad -C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{s}_i - K_{d,i}\dot{s}_i - K_{p,i}s_i \ , \qquad i = 1, \dots, p \tag{9}$$

定理 1 ロボットダイナミクス *(3)*, コントローラ *(8)*, 目標値信号 *(4)* によって形成される閉ループ系 *(9)* について考える. もし, ゲイン $K_{d,i}$, $K_{p,i}$, $i = 1, \dots, p$ が正定行列であるなら, *Synchronization Error* s_i, $\dot{s}_i$, $i = 1, \dots, p$ は大域的に漸近安定である.

補助定理 (11) 式で目標値信号 (4) の Coupling Matrix $K_{i,j}$, $i, j = 1, \dots, p$ を使って表される Diagonally Dominant Matrix $M_c(K_{i,j}) \in \mathbb{R}^{(n \cdot p) \times (n \cdot p)}$ について考え, このとき, $M_c(K_{i,j})$ は多構造のシステムにおいてロボット間の Coupling Matrix として考えられる.

行列 $M_c(K_{i,j})$ はすべての半正定対角行列 $K_{i,j}$, $i, j = 1, \dots, p$ に対して正則である. さらに, すべての半正定対角行列 $K_{i,j}$, $i, j = 1, \dots, p$ に対して

$$M_c(K_{i,j}) \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_d \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix} \tag{10}$$

の関係を保つ.

$$M_c(K_{i,j}) \quad = \quad \begin{bmatrix} \left(I_n + \sum_{j=1, j \neq 1}^{p} K_{1,j}\right) & -K_{1,2} & \cdots & -K_{1,p} \\ -K_{2,1} & \left(I_n + \sum_{j=1, j \neq 2}^{p} K_{2,j}\right) & \cdots & -K_{2,p} \\ \vdots & & \ddots & \\ -K_{p,1} & -K_{p,2} & \cdots & \left(I_n + \sum_{j=1, j \neq p}^{p} K_{p,j}\right) \end{bmatrix} \tag{11}$$

この補助定理を使うことによって, Synchronization Error の漸近安定 $s_i \to 0$, $\dot{s}_i \to 0$, $t \to 0$ $(i = 1, \dots, p)$ と Synchronization $q_i \to q_d$, $\dot{q}_i \to \dot{q}_d$ $(i = 1, \dots, p)$ から, $q_i \to q_j$, $\dot{q}_i \to \dot{q}_j$ $(j = 1, \dots, p,\ j \neq i)$ が等価となることが言える.

しかし, 補助定理の証明もまだ行えていない. したがって今後証明する必要がある.

4　おわりに

本レポートでは, 文献 [3] の Mutual Synchronization の問題設定について述べた.

しかし, 問題設定についての説明, 定理の証明が不十分であるので, 今後はその点を補いたい. また, シミュレーションなども行っていきたい.

A　ロボットマニピュレータの制御

本節では, 基本となる Paden, Panja が提案した受動性に基づく (Passivity-based) ロボットマニピュレータ (Robot Manipurator) の制御 [5] についてまとめる.

A.1　制御対象

制御対象としては, n 自由度 (n Degree of Free, n-DOF) をもつロボットマニピュレータ (Robot Manipurator) を考える. ロボットマニピュレータ (Robot Manipurator) のダイナミクス (Dymanics) は次式で与えられる [6].

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) \quad = \quad \tau \tag{12}$$

ここで, $q \in \mathbb{R}^n$ は関節角度 (Joint Coordinate) , $\tau \in \mathbb{R}^n$ は入力トルク (Torques) , $M(q) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ は慣性行列 (Positive Definite Inertia Matrix), $C(q,\dot{q}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ は遠心力・コリオリ力項 (Coriolis and Centrifugal Forces), $g(q) \in \mathbb{R}^n$ は重力項 (Gravity Forces) である.

ロボットマニピュレータ (Robot Manipurator) (12) において, 次の特性がある.

- 慣性行列 $M(q)$ は正定行列 (Positive Definite Matrix) である.
- $\dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q})$ は 歪み対称 (Skew-Symmetric) である.
- 受動特性 (Passivity Property): 入力 τ から出力 $\dot{q}$ に関して受動的であり, これは (13) 式のような定数 $\beta \geq 0$ が存在することである.

$$\int_0^T \dot{q}^T(s)\tau(s)ds \quad \geq \quad -\beta \ , \ {}^{\forall}T \geq 0 \tag{13}$$

次式のような特性をもつ行列 S を歪み対称行列 (Skew Symmetric matrix) という.

$$S + S^T \quad = \quad 0 \tag{14}$$

A.2　制御目的

制御目的はロボットマニピュレータの関節角度 (姿勢) q を与えられた目標関節角度 (姿勢) $q_d(t)$ にすることである. つまり, 目標姿勢 (Desired Trajectory) として, 目標関節角度, 角速度を $q_d(t)$, $\dot{q}_d(t)$ とおくと,

$$\begin{aligned} q &= q_d \\ \dot{q} &= \dot{q}_d \end{aligned} \tag{15}$$

とすることである.

A.3　追従制御 (Tracking Control)

目標姿勢との偏差 (Error) e, $\dot{e}$, $\ddot{e}$ を次式のようにロボットマニピュレータの姿勢と目標姿勢との差として定義する.

$$\begin{aligned} e &\triangleq q - q_d \\ \dot{e} &\triangleq \dot{q} - \dot{q}_d \\ \ddot{e} &\triangleq \ddot{q} - \ddot{q}_d \end{aligned} \tag{16}$$

新しい制御入力 (New Control Input) を ν として, コントローラ (Controller) τ を次式のように与える.

$$\tau \quad = \quad M(q)\ddot{q}_d + C(q,\dot{q})\dot{q}_d + g(q) - K_p e + \nu \tag{17}$$

ここで, K_p はコントローラゲイン (Gain) である.

さらに, 新しい制御入力 (New Control Input) ν を次式のように与える.

$$\nu \quad = \quad -K_d\dot{e} \tag{18}$$

ここで, K_d はコントローラゲイン (Gain) である.

コントローラ τ (17) に新しい入力 ν (18) を適用すると次式のようになる.

$$\tau \quad = \quad M(q)\ddot{q}_d + C(q,\dot{q})\dot{q}_d + g(q) - K_d\dot{e} - K_p e \tag{19}$$

よって, ロボットマニピュレータ (12) , コントローラ τ (17) , 新しい制御入力 ν (18) によって構成される閉ループ系 (Closed-loop System) は次式のようになる.

$$M(q)\ddot{e} \quad = \quad -C(q,\dot{q})\dot{e} - K_d\dot{e} - K_p e \tag{20}$$

結果 ロボットマニピュレータ (Robot Manipurator) (12), コントローラ (Controller) (19) によって形成される閉ループ系 (Closed-loop System) (20) について考える. もし, ゲイン K_p, K_d が正定行列であるなら (Assumption : $K_p > 0$, $K_d > 0$), 偏差 (Error) e, $\dot{e}$ は漸近安定 (Asymptotically Stable) となる.

証明

ロボットマニピュレータ (12) とコントローラ (17) によって構成される Subsystem は次式のようになる.

$$M(q)\ddot{e} + C(q,\dot{q})\dot{e} + K_p e \quad = \quad \nu \tag{21}$$

ここで, 上式を次のような Subsystem 1, 2 と見る.

$$\text{Subsystem 1 :} \begin{cases} M(q)\ddot{e} + C(q,\dot{q})\dot{e} \ = \ u_1 \\ y_1 \ = \ \dot{e} \ = \ u_2 \end{cases} \tag{22}$$

$$\text{Subsystem 2 :} \begin{cases} \dot{z} \ = \ u_2 \\ y_2 \ = \ K_p z \ = \ \nu - u_1 \end{cases} \tag{23}$$

Subsystem 1, 2 (22), (23) のブロック図はそれぞれ Fig. 3, 4 のようになり, Subsystem 1, 2 によって構成される Subsystem (21) は Fig. 5 のようになる.

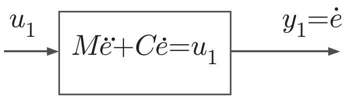

Fig.3: Subsystem 1 のブロック図

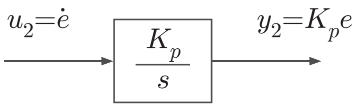

Fig.4: Subsystem 2 のブロック図

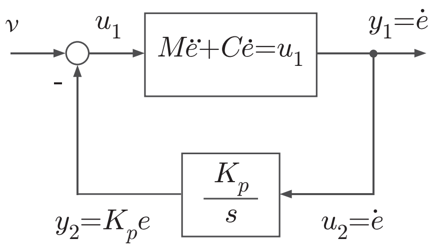

Fig.5: Subsystem のブロック図

ここで, Subsystem 1 においてエネルギー関数 (Energy Function) V_1 として

$$V_1(\dot{e}) \quad = \quad \frac{1}{2}\dot{e}^T M(q)\dot{e} \tag{24}$$

を考える. また, Subsystem 2 においてエネルギー関数 (Energy Function) V_2 として

$$V_2(e) \quad = \quad \frac{1}{2}eK_p e \tag{25}$$

を考える. ここで, エネルギー関数 V_1, V_2 はそれぞれ $\dot{e}$, e に対して二次形式となっており, $M(q) > 0$, $K_p > 0$ より, 正定関数 (Positive Function) となっていることがわかる.

エネルギー関数 (Energy Function) V_1, V_2 (24), (25) の時間微分 (time derivative) はそれぞれ

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_1(\dot{e}) &= \frac{1}{2}\left(\ddot{e}^T M(q)\dot{e} + \dot{e}^T \dot{M}(q)\dot{e} + \dot{e}^T M(q)\ddot{e}\right) \\
&= \dot{e}^T M(q)\ddot{e} + \frac{1}{2}\dot{e}^T \dot{M}(q)\dot{e} \\
&= \dot{e}^T M(q) M(q)^{-1}\left(-C(q,\dot{q})\dot{e} + u_1\right) + \frac{1}{2}\dot{e}^T \dot{M}(q)\dot{e} \\
&\qquad \left(\begin{array}{l} \because \text{Subsystem 1 (22) より} \\ \qquad \ddot{e} = M(q)^{-1}\left(-C(q,\dot{q})\dot{e} + u_1\right) \end{array}\right) \\
&= -\dot{e}^T C(q,\dot{q})\dot{e} + \dot{e}^T u_1 + \frac{1}{2}\dot{e}^T \dot{M}(q)\dot{e} \\
&= \dot{e}^T u_1 + \frac{1}{2}\dot{e}^T\left(\dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q})\right)\dot{e} \\
&= \dot{e}^T u_1 \\
&\qquad \left(\begin{array}{l} \because \text{歪み対称性 (Skew} - \text{Symmetric) より} \\ \qquad \dot{e}^T\left(\dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q})\right)\dot{e} = 0 \end{array}\right) \\
&= y_1^T u_1
\end{aligned} \tag{26}
$$

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_2(e) &= \frac{1}{2}\left(\dot{e}^T K_p e + e^T K_p \dot{e}\right) \\
&= e^T K_p \dot{e} \\
&= (K_p e)^T \dot{e} \\
&= y_2^T u_2
\end{aligned} \tag{27}
$$

となり, それぞれ Subsystem 1, 2 の入力 u と出力 y の積で表せることがわかる. ここで, エネルギー関数 (Energy Function) V_1 の時間微分 (Time Derivative) は歪み対称性 (Skew-Symmetric) を用いることで Subsystem 1 の入力 u_1 と出力 y_1 の積で表せる.

よって, Subsystem 1, 2 それぞれの入力 u と出力 y の内積はそれぞれ

$$
\begin{aligned}
< u_1, y_1 > &= \int_0^T y_1^T(s) u_1(s) ds \\
&= \int_0^T \dot{V}_1(\dot{e}(s)) ds \\
&= V_1(\dot{e}(T)) - V_1(\dot{e}(0)) \\
&\geq -V_1(\dot{e}(0)) \triangleq -\beta_1
\end{aligned} \tag{28}
$$

$$
\begin{aligned}
< u_2, y_2 > &= \int_0^T y_2^T(s) u_2(s) ds \\
&= \int_0^T \dot{V}_2(e(s)) ds \\
&= V_2(e(T)) - V_2(e(0)) \\
&\geq -V_2(e(0)) \triangleq -\beta_2
\end{aligned} \tag{29}
$$

となり, Subsystem 1, 2 それぞれがそれぞれの入力 u から出力 y に関して (Fig. 3 における入力 (Input) u_1, 出力 (Output) y_1, Fig. 4 における入力 (Input) u_2, 出力 (Output) y_2) , 受動的 (Passive) であることを示している. Subsystem 1, 2 (22), (23) によって構成される Subsystem (21) に対応するエネルギー関数 V を次式のように与える.

$$
\begin{aligned}
V(e,\dot{e}) &= V_1(\dot{e}) + V_2(e) \\
&= \frac{1}{2}\dot{e}^T M(q)\dot{e} + \frac{1}{2} e K_p e
\end{aligned} \tag{30}
$$

ここで, エネルギー関数 V_1, V_2 (24), (25) はそれぞれ正定関数 (Positive Function) であったことから, Subsystem (21) に対応するエネルギー関数 V も正定関数 (Positive Function) であることがわかる.

エネルギー関数 V (30) の時間微分 (Time Derivative) はエネルギー関数 V_1, V_2 の時間微分 (time derivative) (26), (27) より,

$$\begin{aligned}\dot{V}(e,\dot{e}) &= \dot{V}_1(\dot{e}) + \dot{V}_2(e) \\ &= y_1^T u_1 + y_2^T u_2 \end{aligned} \tag{31}$$

となり, さらに Subsystem 1, 2 の連結 (Interconnection) $y_1 = u_2$, $y_2 = \nu - u_1$ より,

$$\begin{aligned}\dot{V}(e,\dot{e}) &= \dot{V}_1(\dot{e}) + \dot{V}_2(e) \\ &= y_1^T u_1 + (\nu - u_1)^T y_1 \\ &= y_1^T \nu \\ &= \dot{e}\nu \end{aligned} \tag{32}$$

となり, 入力 ν と出力 $\dot{e}$ の積で表せることがわかる. よって, Subsystem の入力 ν と出力 $\dot{e}$ の内積は

$$\begin{aligned} <\nu, \dot{e}> &= \int_0^T \dot{e}^T(s)\nu(s)ds \\ &= \int_0^t \dot{V}(e(s),\dot{e}(s))ds \\ &= V(e(t),\dot{e}(t)) - V(e(t),\dot{e}(0)) \\ &\geq -V(e(0),\dot{e}(0)) \\ &= -V_1(\dot{e}(0)) - V_2(e(0)) \\ &= -\beta_1 - \beta_2 \ \triangleq \ -\beta \end{aligned} \tag{33}$$

となり, 入力 ν から出力 $\dot{e}$ に対して Subsystem は受動的 (Passive) であることがわかる. つまり, ロボットマニピュレータ (12) とコントローラ τ (17) によって構成される Subsystem (Fig. 5) が受動的 (Passive) である.

ここで, Subsystem (21) と新しい制御入力 ν (18) によって構成される閉ループ形 (Closed-loop System) (20) を考えると, Fig. 6 のようになる.

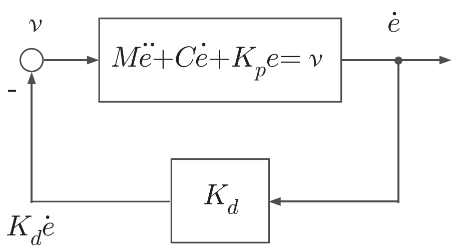

Fig.6: 閉ループ系のブロック図

リアプノフ関数 (Lyapunov Function) 候補として, Subsystem のエネルギー関数 V (30) を考える. エネルギー関数 V (30) の時間微分 (Time Derivative) は (32) 式より,

$$\dot{V}(e,\dot{e}) = \dot{e}\nu \tag{34}$$

であり, 新しい制御入力 ν (18) を適用すると,

$$\begin{aligned}\dot{V}(e,\dot{e}) &= \dot{e}(-K_d\dot{e}) \\ &= -\dot{e}K_d\dot{e} \\ &\leq 0 \end{aligned} \tag{35}$$

となり，半負定 (Negative semi-definite) となる．したがって，ラサールの不変性原理 (*LaSalle′s Invariant Principle*) を使うことによって，偏差 (Error) e, $\dot{e}$ の漸近安定 (Asymptotically Stable) が言える．つまり，偏差 (Error) の定義 (16) より, $q \to q_d$ $\dot{q} \to \dot{q}_d$ $t \to \infty$ が言える．

しかし, まだラサールの不変性原理 (*LaSalle′s Invariant Principle*) を用いて漸近安定 (Asymptotically Stable) が言えていないので, 今後確認する必要がある．

参考文献

[1] W. Ren, R. W. Beard and E. M. Atkins, “A Survey of Consensus Problems in Multi-agent Coordination,” *Proc. of the 2005 American Control Conference*, pp. 1859–1864, 2005.

[2] A. Rodriguez-Angeles and H. Nijmeijer, “Cooperative Synchronization of Robots via Estimated State Feedback,” *Proc. of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1514–1519, 2003.

[3] A. Rodriguez-Angeles and H. Nijmeijer, “Mutual Synchronization of Robots via Estimated State Feedback : A Cooperative Approach,” *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 12, No. 4, pp. 542–554, 2004.

[4] L. Feng, Y. Koren and J. Borenstein, “Cross-Coupling Motion Controller for Mobile Robots,” *IEEE Control Syst. Mag.*, Vol. 13, pp. 35–43, 1993.

[5] B. Paden and R. Panja, “Globally Asymptotically Stable ’PD+’ Controller for Robot Manipulators,” *Int. J. Control*, Vol. 47, No. 6, pp. 1697–1712, 1988.

[6] M. W. Spong, S. Hutchinson and M. Vidyasager, *Robot Modeling and Control*. John Wiley & Sons, 2006.