

修士研究の現状と課題

藤田研究室 見本 真一郎

平成 17 年 10 月 24 日

1 はじめに

修士研究の現状を確認し, 課題やこれから参考にすべき文献を把握する.

2 モデル予測制御

モデル予測制御を以下のように定式化する.

$$\dot{x} = f(x, u) \quad x \in R^n, \quad u \in R^m \quad (1)$$

において, 次のような評価関数

$$J = \int_t^{t+T} l(x, u) d\tau + V(x(t+T)) \quad V(x) > 0, \quad l(x, u) \geq 0 \quad (2)$$

を最小にする $u^*(t)$ を求め, $[t, t + \delta]$ だけシステム (1) に入力する. そして, $t + \delta$ を改めて t と置き, 再び $u^*(t)$ を求め, 同様の操作を繰り返す.

文献 [1] の参考文献である Jadbabaie らの [2] や, その参考文献である Primbs らの [3], さらにその論文が参考になっている 文献 [4]などを参考にして, モデル予測制御のより深い理解を目指す. また, 文献 [3]には最適制御や Pointwise min-norm とモデル予測制御の関係が Fig. 1 のように示されてる. この関係より, ホライズン T を変えて実験を行った結果を説明できる可能性もあると考えられる.

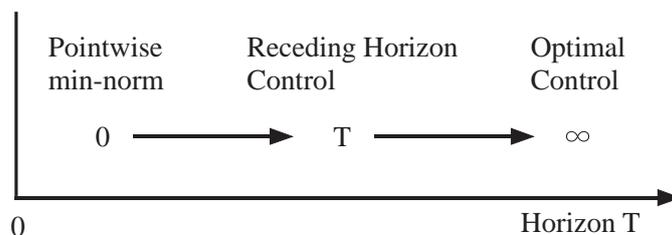


Fig.1: ホライズン T の関係

3 モデル予測制御の安定性の証明

まず, Control Lyapunov 関数を定義する [2].

定義 1 Control Lyapunov 関数

C^1 かつ正定な関数 $V : R^n \rightarrow R_+$ が次式を満たす.

$$\inf_u [\dot{V}(x, u) + l(x, u)] \leq 0 \quad (3)$$

この Control Lyapunov 関数を評価関数に用いることで、次の定理が成り立つ [1].

定理 1 システム (1) に対して、 V を Control Lyapunov 関数とした評価関数 (2) を最小化する最適な入力 $u^*(t)$ が存在するとき、評価関数の最小値 J^* に対して

$$\dot{J}^*(t) \leq 0 \quad (4)$$

が成り立つ.

証明 以下のような準最適な入力 $\tilde{u}(t)$ を考える.

$$\tilde{u}(t) = \begin{cases} u^*(t) & [t, t+T] \\ u^k(t) & [t+T, t+T+\delta] \end{cases}$$

このとき、 $J^*(t)$ は以下のように表せる.

$$\begin{aligned} J^*(t) &= \int_t^{t+T} l(x^*, u^*) d\tau + V(x^*(t+T)) \\ &= \int_t^{t+\delta} l(x^*, u^*) d\tau + \int_{t+\delta}^{t+T} l(x^*, u^*) d\tau + V(x^*(t+T)) \\ &= \int_t^{t+\delta} l(x^*, u^*) d\tau + \int_{t+\delta}^{t+T} l(x^*, u^*) d\tau + V(x^*(t+T)) \\ &\quad + \int_{t+T}^{t+T+\delta} l(x^k, u^k) d\tau + \underline{V(x^k(t+T+\delta))} \\ &\quad - \int_{t+T}^{t+T+\delta} l(x^k, u^k) d\tau - V(x^k(t+T+\delta)) \\ &= J(t+\delta) + \int_t^{t+\delta} l(x^*, u^*) d\tau + V(x^*(t+T)) \\ &\quad - \int_{t+T}^{t+T+\delta} l(x^k, u^k) d\tau - V(x^k(t+T+\delta)) \end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned} J(t+\delta) - J^*(t) &= - \int_t^{t+\delta} l(x^*, u^*) d\tau + \int_{t+T}^{t+T+\delta} l(x^k, u^k) d\tau \\ &\quad - V(x^*(t+T)) + V(x^k(t+T+\delta)) \end{aligned}$$

$J^*(t+\delta) \leq J(t+\delta)$ より

$$\begin{aligned} J^*(t+\delta) - J^*(t) &\leq - \int_t^{t+\delta} l(x^*, u^*) d\tau + \int_{t+T}^{t+T+\delta} l(x^k, u^k) d\tau \\ &\quad - V(x^*(t+T)) + V(x^k(t+T+\delta)) \end{aligned}$$

両辺を δ で割り、 $\delta \rightarrow 0$ の極限をとると

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{J^*(t+\delta) - J^*(t)}{\delta} \leq - \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\delta} \int_t^{t+\delta} l(x^*, u^*) d\tau + \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\delta} \int_{t+T}^{t+T+\delta} l(x^k, u^k) d\tau$$

$$+ \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\delta} \{V(x^k(t+T+\delta)) - V(x^*(t+T))\} \quad (5)$$

式 (5) の左辺は微分の定義より

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{J^*(t+\delta) - J^*(t)}{\delta} = \dot{J}^*(t)$$

また, $l(x, u) = \dot{L}(x, u)$ とおくと, 式 (5) の右辺第一項は

$$\begin{aligned} - \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\delta} \int_t^{t+\delta} l(x^*, u^*) d\tau &= - \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\delta} \{L(x^*(t+\delta), u^*(t+\delta)) - L(x^*(t), u^*(t))\} \\ &= -\dot{L}(x^*(t), u^*(t)) \\ &= -l(x^*(t), u^*(t)) \end{aligned}$$

同様に第二項は

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\delta} \int_{t+T}^{t+T+\delta} l(x^k, u^k) d\tau = l(x^*(t+T), u^*(t+T))$$

第三項は

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\delta} \{V(x^k(t+T+\delta)) - V(x^*(t+T))\} = \dot{V}(x^*(t+T))$$

と求められるので, 式 (5) は次式のように表せる.

$$\dot{J}^*(t) \leq -l(x^*(t), u^*(t)) + \underline{l(x^*(t+T), u^*(t+T)) + \dot{V}(x^*(t+T))}$$

ここで, $l(x^*(t), u^*(t)) \geq 0$ であるのと, 式 (3) より

$$\dot{J}^*(t) \leq 0$$

が成り立つ.

(Q.E.D.)

この証明は文献 [2] を参考にしたものだが, 少し違うところもあるので, さらに詳しく読む必要があると思われる. また, さらに CLF に厳しい条件を課すことで, 指数安定などの証明をすることが出来ないかを検討していこうと思っている.

4 ロボットダイナミクス

文献 [5] で用いられているシステムを示す.

$$\dot{x}_r = \begin{bmatrix} s_r - \Lambda e \\ (\Lambda - M^{-1}(q)C(q, \dot{q}))s_r + (M^{-1}(q)C(q, \dot{q})\Lambda - \Lambda^2)e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(q) \end{bmatrix} u$$

このシステムの物理的意味などを, 文献 [5] などを見て, さらに詳しく理解する必要がある.

5 実験

以下のことを念頭において実験を行う.

- ホライズンやサンプリング時間などを変える.
- 内部モデルのモデルパラメータを変えて, 逆最適制御と比較し, 内部モデルの依存性を比較する.

- さまざまな初期値や目標値で実験する.
- 拘束条件や障害物回避などをする.

また, 文献 [6], [7] を読み, 理論の構築の仕方や実験の評価基準, 書き方などを参考にする.

しかし, 現在は DS1005 が使えない状況なので, DS1104 を代用している. 動作周波数が DS1005 が 933MHz なのに対して, DS1104 は 250MHz なので, task over run をせずにモデル予測制御が出来るかが疑問である. 不可能な場合は, DS2101 の修理を待つ間に理論を深めるか, または他のラジコンなどにモデル予測制御を適用できないかを考える予定である.

6 おわりに

修士研究の現状を確認し, 課題やこれから参考にすべき文献を挙げた.

参考文献

- [1] Y. Kawai, Y. Nakaso, T. Azuma and M. Fujita, “Experiments on Stabilizing Receding Horizon Control of a Direct Drive Manipulator,” *Proc. of the 16th IFAC World Congress on Automatic Control*, Prague, Czech, July 2005.
- [2] A. Jadbabaie, J. Yu and J. Hauser, “Stabilizing Receding Horizon Control of Nonlinear Systems : A Control Lyapunov Function Approach,” *Proc. of the American Control Conference*, pp. 1535-1539, 1999.
- [3] J. A. Primbs, V. Nevistic and J. C. Doyle, “On Receding Horizon Extensions and Control Lyapunov Functions,” *Proc. of the American Control Conference*, pp. 3276-3280, 1998.
- [4] C. E. Garcia, D. M. Prett and M. Morari, “Model Predictive Control: Theory and practice - A survey,” *Automatica*, vol. 25, no. 3, pp. 335-348, 1989.
- [5] A. Maruyama and M. Fujita, “Inverse Optimal H_∞ Disturbance Attenuation of Robotic Manipulators,” *Proc. 1999 European Control Conference*, Page Number M806, 1999.
- [6] L. L. Whitcomb, A. A. Rizzi and D. E. Koditschek, “Comparative Experiments with a New Adaptive Controller for Robot Arms,” *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 9, No. 1, pp. 59-70, 1993.
- [7] A. Jaritz and M. W. Spong, “An Experimental Comparison of Robust Control Algorithms on a Direct Drive Manipulator,” *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 4, No. 6, pp. 627-640, 1996.