

# 受動性に基づく動的視覚フィードバック制御

藤田研究室 山田 照樹

平成 17 年 10 月 16 日

## 1 はじめに

本レポートでは、前回までの視覚フィードバック制御の概要を述べてから、マニピュレータダイナミクスを含めた動的視覚フィードバックシステム制御へ展開する。また、受動性に基づく動的視覚フィードバックシステムの安定性と  $L_2$  ゲイン制御性能解析について議論する。[1] (pp. 52-64)

## 2 視覚フィードバックシステムの概要

マニピュレータのダイナミクスを考慮しない視覚フィードバックシステムでは、カメラからみた観測対象の相対位置姿勢情報が不可観測のため、オブザーバーを構成して、相対位置姿勢の推定値を推定運動モデルへの入力  $u_e$  を用いることで得ていた。画像面上では、観測対象の位置姿勢情報は 2 次元の情報  $f$  として得るので、カメラ幾何を用いて、画像上の推定偏差  $f - \hat{f}$  とカメラからみた観測対象の相対位置姿勢の推定偏差  $e_e$  を結びつける画像ヤコビアン  $J$  を導入した。ここで得られた重要な入出力関係として、推定運動モデルへの入力  $u_e$  と出力  $-e_e$  の間には受動性があるということが示されていた。また、相対位置姿勢の推定値と目標相対位置姿勢の偏差である制御偏差  $e_c$  を導入し、 $u_e$  やカメラ速度  $V_{wo}^b$  といった入力と出力  $e_c$  の入出力関係として、受動性が成り立つことが示されていた。入出力間に受動性が成り立つものを下に示す。

$$\begin{array}{lcl} \text{入力} & & \text{出力} \\ V_{wc}^b & \longrightarrow & -\text{Ad}_{(g\bar{r})}^T e_c \\ u_e & \longrightarrow & \text{Ad}_{(e^{-\xi}\hat{\theta}_{ec})} e_c \\ u_e & \longrightarrow & -e_e \end{array}$$

Fig. 1: 受動性が成り立つ入出力関係

視覚フィードバックシステムは、制御偏差  $e_c$  と推定偏差  $e_e$  の運動モデルをまとめることで次のように表わされていた。

$$\begin{bmatrix} R_{ec}^T \dot{p}_{ec} \\ (R_{ec}^T \dot{R}_{ec})^\vee \\ R_{ee} \dot{p}_{ee} \\ (R_{ee}^T \dot{R}_{ee})^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{R}^T & \bar{R}^T \hat{p} & I & 0 \\ 0 & -\bar{R}^T & 0 & I \\ 0 & 0 & -R_{ee}^T & R_{ee}^T \hat{p}_{ee} \\ 0 & 0 & 0 & -R_{ee}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{wc}^b \\ u_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} V_{wo}^b \quad (2.1)$$

となる。Adjoint 表現では

$$\begin{bmatrix} V_{ec}^b \\ V_{ee}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{Ad}_{(g^{-1})} & I \\ 0 & -\text{Ad}_{(g_{ee}^{-1})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{wc}^b \\ u_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} V_{wo}^b \quad (2.2)$$

と表せる。視覚フィードバックシステムの入力を

$$u_{ce} := \begin{bmatrix} V_{wc}^b \\ u_e \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

と定義する。また、システムの状態変数を制御偏差ベクトルと推定偏差ベクトルで構成し

$$e := \begin{bmatrix} e_c \\ e_e \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

と定義する。

観測対象が動いていないとき、視覚フィードバックシステムの入出力関係として

$$\nu_{ce} = \begin{bmatrix} -R_d & 0 & 0 & 0 \\ -\hat{p}_d R_d & -R_d & 0 & 0 \\ R_{ec}^T & 0 & -I & 0 \\ 0 & R_{ec}^T & 0 & -I \end{bmatrix} e = \begin{bmatrix} -\text{Ad}_{(g_d^{-1})}^T & 0 \\ \text{Ad}_{(e^{-\xi}\hat{\theta}_{ec})} & -I \end{bmatrix} e \quad (2.5)$$

とするとき,

$$\int_0^T u_{ce}^T \nu_{ce} d\tau \geq -\beta_{ce}, \quad \forall T \quad (2.6)$$

が成り立つ。ただし,  $\beta_{ce}$  は非負の定数である。

これは, 図 1 の受動性が成り立つ入出力関係をまとめたものになっている。すなわち, 個々の入出力間の受動性を行列表現によって 1 つにまとめている。制御偏差と推定偏差の位置姿勢の 2 次系で構成されたエネルギー関数を時間微分すると,  $u_{ce}^T \nu_{ce}$  となることより示される。この受動性を活かして, 制御系設計を行っていた。図 2 に視覚フィードバック制御のブロック線図を示す。

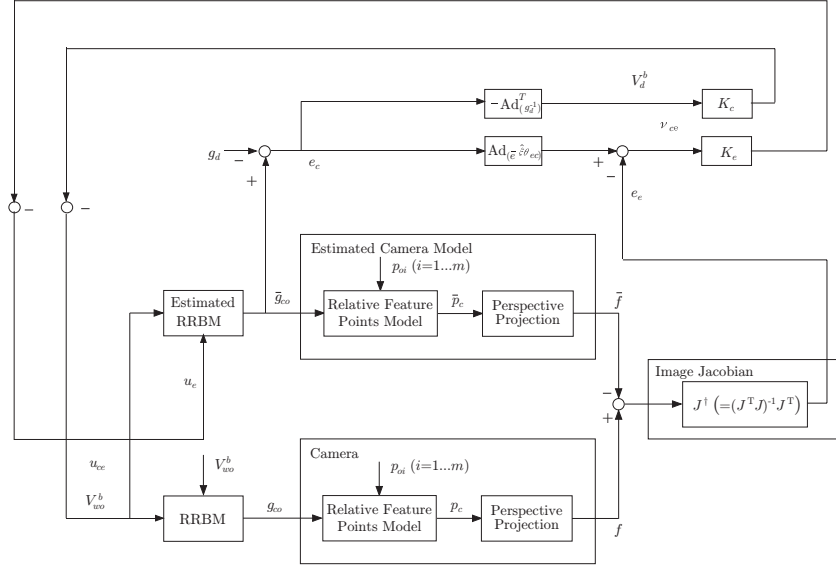


Fig. 2: 視覚フィードバック制御のブロック線図

### 3 動的視覚フィードバックシステム

ラグランジュによる  $n$  自由度のマニピュレータダイナミクスの運動方程式は

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + \tau_d \quad (3.1)$$

ここで,  $\tau \in \mathcal{R}^n$  は入力トルク,  $\tau_d$  は外乱トルク,  $M(q) \in \mathcal{R}^{n \times n}$  は慣性行列,  $C(q, \dot{q}) \in \mathcal{R}^n$  は遠心力・コリオリ力項を表わすベクトル,  $g(q) \in \mathcal{R}^n$  は重力項を表わすベクトルである。今回はマニピュレータダイナミクスも考慮するため, 手先速度と関節角速度を関係づけるマニピュレータヤコビアン  $J_b(q) \in \mathcal{R}^{6 \times n}$  を用いてこれらの関係を表わすと

$$V_{wc}^b = J_b(q)\dot{q} \quad (3.2)$$

カメラ速度の目標値を  $u_d \in \mathcal{R}^6$  と定義し, マニピュレータの目標関節角速度を  $q_d$  と定義すると,

$$u_d = J_b(q)\dot{q}_d \quad (3.3)$$

が成り立つ。マニピュレータに冗長性がない ( $n \leq 6$ ) と仮定すると, マニピュレータヤコビアンの擬似逆行列  $J^\dagger$  をもちいることで, 目標関節角速度は

$$\dot{q} = J^\dagger u_d \quad (3.4)$$

とできる。また, 状態変数の一つとして, 関節角速度の目標値からの偏差  $\xi$  を

$$\xi := \dot{q} - \dot{q}_d \quad (3.5)$$

と定義する。

ここで, 入力トルクとして

$$\tau = M(q)\ddot{q}_d + C(q, \dot{q})\dot{q}_d + J_b^T(q)\text{Ad}_{(g_d^{-1})}^T W_c e_c + u_\xi \quad (3.6)$$

を考える. ここで,  $u_\xi \in \mathcal{R}^n$  は新たな入力で,  $W_c$  は制御偏差  $e_c$  に与える重みとし, 次のように定義する.

$$W_c := \begin{bmatrix} W_{pc} & 0 \\ 0 & \omega_{rc} I_3 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{6 \times 6} \quad (3.7)$$

ここで,  $W_{pc} \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$  は正定行列とし,  $\omega_{rc} \in \mathcal{R}$  は正の定数とする. このように, 位置制御偏差, 姿勢制御偏差それぞれに対して重みを与える. (3.1)(3.6) から, マニピュレータダイナミクスを含めた動的視覚フィードバックシステムは次のようにかかる.

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ V_{ec}^b \\ V_{ee}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M(q)^{-1}c(q, \dot{q})\xi + M(q)^{-1}J_b^T(q)\text{Ad}_{(g_d^{-1})}^T W_c e_c \\ -\text{Ad}_{(\bar{g}^{-1})} J_b(q)\xi \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M(q)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -\text{Ad}_{(\bar{g}^{-1})} & I \\ 0 & 0 & -\text{Ad}_{(g_{ee}^{-1})} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} M(q)^{-1}\tau_d \\ 0 \\ V_{wo}^b \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

ここで

$$u := \begin{bmatrix} u_\xi \\ u_d \\ u_e \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

と定義する. Fig. 3 に構成した動的視覚フィードバックシステムのブロック線図を示す. マニピュレータダイナミクスと視覚フィードバックシステムは, カメラ速度  $V_{wc}$  と入力トルクの一部である  $-\text{Ad}_{(g_d^{-1})}^T W_c e_c$  で結合される. マニピュレータの入力トルクの一部である  $J_b^T(q)\text{Ad}_{(g_d^{-1})} W_c e_c$  は視覚フィードバックシステムの制御偏差を含む  $-\text{Ad}_{(g_d^{-1})} W_c e_c$  のフィードバック項であると考えることができる.

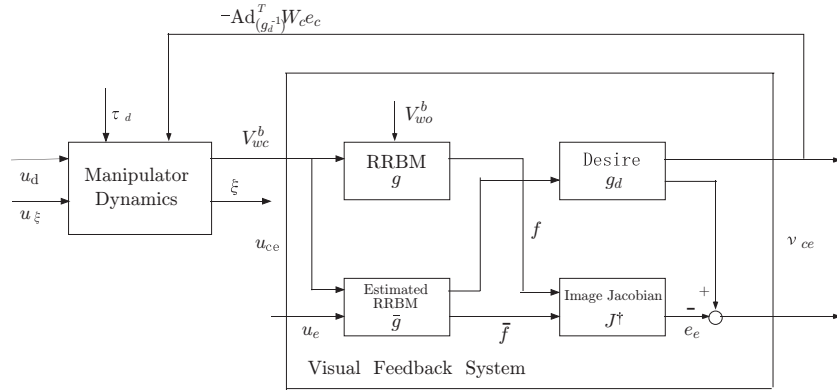


Fig. 3: 動的視覚フィードバックシステムのブロック線図

#### 4 動的視覚フィードバックシステムの入出力関係

つぎに, この動的視覚フィードバックシステムの入出力関係について考えていく. そのためにシステムのエネルギー関数を考える. システムの運動エネルギーを速度偏差の 2 次形式で

$$T = \frac{1}{2} \xi^T M(q) \xi \quad (4.1)$$

とする. 視覚フィードバックシステムのエネルギー関数  $V_{ce}$  を動的視覚フィードバックシステムにおけるポテンシャルエネルギーとし

$$P = \frac{1}{2} p_{ec}^T W_{pc} p_{ec} + \omega_{rc} \phi(e^{\hat{\xi} \theta_{ec}}) + \frac{1}{2} p_{ee}^T W_{pe} p_{ee} + \omega_{re} \phi(e^{\hat{\xi} \theta_{ee}}) \quad (4.2)$$

ここで,  $W_{pe} \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$ ,  $\omega_{re} \in \mathcal{R}$  は  $W_{pc}, \omega_{rc}$  と同様に, 推定偏差の位置姿勢それぞれに与える重みであり, それぞれ, 正定行列と正の定数とする. すなわち

$$W_e =: \begin{bmatrix} W_{pe} & 0 \\ 0 & \omega_{re} I_3 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

と定義する。以上から、動的視覚フィードバックシステムのエネルギー関数を

$$V = T + P = \frac{1}{2}\xi^T M(q)\xi + \frac{1}{2}p_{ec}^T W_{pc} p_{ec} + \omega_{rc}\phi(e^{\hat{\xi}\theta_{ec}}) + \frac{1}{2}p_{ee}^T W_{pe} p_{ee} + \omega_{re}\phi(e^{\hat{\xi}\theta_{ee}}) \quad (4.4)$$

と構成できる。このとき動的視覚フィードバックシステムは次の性質をもつ。観測対象が運動しておらず、外乱トルクがない ( $V_{wc}^b = 0, \tau_d = 0$ ) とき、出力を

$$\nu := \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & -\text{Ad}_{(g_d)}^T W_c & 0 \\ 0 & \text{Ad}_{(e^{-\hat{\xi}\theta_{ec}})} W_c & -W_e \end{bmatrix} x \quad x := \begin{bmatrix} \xi \\ e_e \\ e_e \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

とすると、動的視覚フィードバックシステムの入出力間に

$$\int_0^T u^T \nu d\tau \geq -\beta, \quad \forall T > 0 \quad (4.6)$$

が成り立つ。ただし、 $\beta$  はある非負の定数である。これは、動的視覚フィードバックシステムが入力  $u = [u_\xi^T u_d^T u_e^T]^T$  から出力  $\nu = [\xi^T \nu_{ce}^T]^T$  に関して、受動的であることを示している。この受動性は、制御系設計に反映すべき重要な性質である。

## 5 動的視覚フィードバック制御

受動性に基づく制御系設計は、モデルの構造を用いることで簡単なフィードバック則の設計が可能である。また、受動性が成り立つと、そのエネルギー関数をリアプノフ関数の候補をみなして、リアプノフの安定性に基づいた安定化制御則の構成が可能である。前節の入出力間の受動性の関係から、つぎの出力フィードバック則を考える。

$$\begin{aligned} u &= - \begin{bmatrix} K_\xi & 0 & 0 \\ 0 & K_c & 0 \\ 0 & 0 & K_e \end{bmatrix} \nu \\ &= - \begin{bmatrix} K_\xi & 0 & 0 \\ 0 & K_c & 0 \\ 0 & 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & -\text{Ad}_{(g_d)}^T W_c & 0 \\ 0 & \text{Ad}_{(e^{-\hat{\xi}\theta_{ec}})} W_c & -W_e \end{bmatrix} x \\ &= -K_{\xi ce} x \end{aligned} \quad (5.1)$$

ここで

$$K_{\xi ce} := \begin{bmatrix} K_\xi & 0 & 0 \\ 0 & K_c & 0 \\ 0 & 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & -\text{Ad}_{(g_d)}^T W_c & 0 \\ 0 & \text{Ad}_{(e^{-\hat{\xi}\theta_{ec}})} W_c & -W_e \end{bmatrix}$$

このとき、動的視覚フィードバックシステム (3.8) と (5.1) の入力で構成される閉ループ系について、つぎの定理が成り立つ。

**定理 5.1** 外乱が存在しないとき、(3.8)(5.1) で構成される閉ループ系は、平衡点  $x = 0$  は漸近安定である。

**証明 1** リアプノフ関数候補として、(4.4) の動的視覚フィードバックシステムのエネルギー関数を考える。このとき、エネルギー関数  $V$  の時間微分は

$$\dot{V} = u^T \nu \quad (5.2)$$

ここで、(5.1) を代入すると

$$\begin{aligned} \dot{v} &= -\nu^T \begin{bmatrix} K_\xi & 0 & 0 \\ 0 & K_c & 0 \\ 0 & 0 & K_e \end{bmatrix} \nu \\ &= -x^T Q_{\xi ce} x \end{aligned} \quad (5.3)$$

ここで定義された  $Q_{\xi ce}$  は正定行列なので、平衡点  $x = 0$  は漸近安定平衡点である。

この動的視覚フィードバック制御をブロック図を Fig. 4 に示す。ただし、外乱はないとしているので、 $\tau_d = 0, V_{wo}^b = 0$  としている。

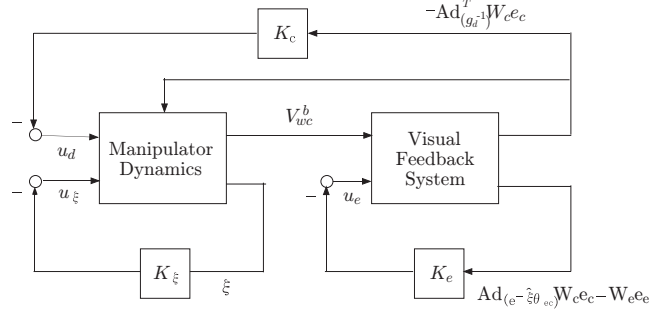


Fig. 4: 動的視覚フィードバック制御のブロック線図

## 6 動的視覚フィードバックシステムの制御系性能

ここでは、観測対象の運動と外乱トルクをシステムの外乱と捉え、動的システム (3.8) の  $L_2$  ゲイン制御性能解析を行う。解析を行うために、次の被制御量変数を定義する。

$$z = \begin{bmatrix} \varepsilon x \\ \rho u \end{bmatrix} \quad \varepsilon := \text{diag}\{\varepsilon_1 \dots \varepsilon_{n+12}\}, \rho := \text{diag}\{\rho_1 \dots \rho_{n+12}\} \quad (6.1)$$

上のように、 $\varepsilon$  と  $\rho$  は、状態  $x$  と入力  $u$  に対する重み係数である。また、動的視覚フィードバックシステムの外乱を

$$w := \begin{bmatrix} \tau_d \\ V_{wo}^b \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

と定義する。外乱  $w$  が被制御量  $z$  に与える影響を小さくしたいので、外乱から被制御量  $z$  までの  $L_2$  ゲインを小さくするような制御が求められる。

消散的なシステムにおいて、システムに与えるエネルギー供給率  $\omega(t)$ 、蓄積関数を (4.4) としてとると、システムは次式が成り立つ。

$$V(T) \leq V(0) + \int_0^T \omega(t) dt \quad (6.3)$$

さらに、

$$\omega(t) = \frac{1}{2}(\gamma^2 \|w\|^2 - \|z\|^2) \quad (6.4)$$

としたときに、(6.3) が成り立つときに、システム (3.8) は、外乱  $w$  から被制御量  $z$  までの  $L_2$  ゲインが  $\gamma$  以下に抑えられる。よって、

$$V(T) \leq V(0) + \frac{1}{2} \int_0^T (\gamma^2 \|w\|^2 - \|z\|^2) dt \quad (6.5)$$

を満たすような制御入力  $u$  を求めることが目標となる。ここで、次の行列を定義する。

$$P := Q_{\xi c e} - \frac{1}{2} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{1}{2} \|\rho K_{\xi c e}\|^2 - \frac{1}{2\gamma^2} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_e^2 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

このとき、次の定理が成り立つ。

**定理 6.1** 与えられた  $\gamma$  および被制御出力の重み係数  $\varepsilon, \rho$  に対して、 $P > 0$  を満たすようにゲイン  $K_\xi, K_c, K_e$  および重み  $W_e, W_c$  を選ぶとき、(3.8)(5.1) で構成される動的視覚フィードバックシステムは、(6.5) を満たし、 $\gamma$  以下の  $L_2$  ゲインを有する。

## 7 おわりに

このレポートでは、マニピュレータダイナミクスを含めた動的視覚フィードバックシステムの受動性とそれに基づく制御則を議論した。また、式 (5.1) で構成される動的視覚フィードバックシステムは、外乱を考えないときは、リアプノフの定理から安定性が示され、外乱を考えると外乱から被制御量  $z$  までの  $L_2$  ゲインを  $\gamma$  以下に抑えることができた。動的視覚フィードバックシステムの受動性は、本レポートには明示していないが、 $M - 2C(q, \dot{q})$  の歪対称性を巧みに利用することで示される。このように、入出力間に受動性が成り立つシステムでは、入出力間に適切な正定行列によるゲインを与えるだけで、閉ループ系の漸近安定性が補償されるので、制御系設計が簡単に行えるということが分かった。次回は受動性に基づく力制御について文献 [2] で提案されている制御則を参考に考える。

## 参考文献

- [1] 河合, 受動性に基づくロボットの3次元動的視覚フィードバック制御, D. Thesis, Kanazawa University, Jan. 2004.
- [2] 田中, エネルギー整形に基づくマニピュレータのロバスト制御に関する研究, Ph. D. Thesis, JAIST, 1999.