ビジュアルサーボシステムの可視度

藤田研究室　　　　石川 直毅

平成 17 年 10 月 14 日

1　はじめに

論文 [1] では, 論文 [2] で提案されたロボットマニピュレータの可操作度の概念を利用して, ビジュアルサーボシステムでの観測対象の見易さを示す可視度を定義している．さらに, 可操作度と可視度を組み合わせた可視操作度も定義している．今回はこの方法について議論を行う．

2　イメージヤコビアン

ロボットマニピュレータの手先座標を $r \in \mathcal{R}^m$, 観測対象に k 個の特徴点を取り付け, その特徴点が画像面に投影された画像の特徴点を $v \in \mathcal{R}^k$ とする．このとき

$$\dot{v} = J_v \dot{r} = \frac{\partial v}{\partial r}\dot{r} \tag{1}$$

となり, $J_v \in \mathcal{R}^{k\times m}$ を画像ヤコビアンと呼ぶ．

$\dot{r}$ を直接測定することはできないので, $\dot{v}$ と J_v から $\dot{r}$ を導くことになる．J_v がフルランクで, $k = m$ の場合逆行列が存在するので $\dot{r} = J_v^{-1}\dot{v}$ となる．

$k \neq m$ のときは J_v に逆行列が存在しないので, 擬似逆行列 $J_v^\dagger$ を用いて一般解

$$\dot{r} = J_v^\dagger \dot{v} + (I - J_v^\dagger J_v)b \tag{2}$$

を得る．ここで b は適当な次元の任意のベクトルである．rank $J_v = m$ であることから

$$J_v^\dagger = (J_v^T J_v)^{-1} J_v^T \qquad \therefore\ I - J_v^\dagger J_v = 0$$

となるので, 式 (2) は

$$\dot{r} = J_v^\dagger \dot{v}$$

となる．

3　可視度

可操作性と同様にして可視性を定義する．手先速度のノルムが $\|\dot{r}\| \leq 1$ を満たすとする．$k > m$, すなわち画像特徴点が冗長である場合, $I - J_v^\dagger J_v = 0$ であることから

$$\begin{aligned}\|\dot{r}\|^2 &= \dot{r}^T\dot{r}\\ &= \dot{v}^T J_v^{\dagger T} J_v^\dagger \dot{v}\end{aligned}$$

$\|\dot{r}\| \leq 1$ なので,

$$\dot{v}^T J_v^{\dagger T} J_v^\dagger \dot{v} \leq 1 \tag{3}$$

となる．ここで J_v の特異値分解を $J_v = U\Sigma V^T$ とおくと, $J_v^\dagger = V\Sigma^\dagger U^T$ となるので, これを式 (3) に代入すると V が直交行列であることから

$$\dot{v}^T U \begin{bmatrix} \sigma_1^{-2} & & & & \\ & \sigma_2^{-2} & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \sigma_k^{-2} \\ & & 0 & & \end{bmatrix} U^T \dot{v} \leq 1 \tag{4}$$

となる．ここで直交座標変換 $\tilde{\dot{v}} = U^T\dot{v}$ を式 (4) に代入すると

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\sigma_i^2}\tilde{\dot{v}}_i \leq 1 \tag{5}$$

となる．式 (5) は $\tilde{\dot{v}}_i$ の座標軸方向の半径が σ_i である m 次元ユークリッド空間内の楕円体を表している．したがって式 (3) は可視性楕円体と呼ばれ, その体積に比例する量

$$w_v = \sqrt{\det(J_v^T J_v)} = \sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_m$$

を可視度と呼ぶ．

$k < m$ の場合作業空間の全次元の動きが観測できるわけではないが, 可視性楕円体の主要な軸を得ることができる. そこで

$$w_v = \sqrt{\det(J_v J_v^T)} = \sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_k$$

を可視度と定義する．

$k = m$, すなわち冗長な特徴点がない時の可視度は

$$w_v = |\det(J_v)|$$

となる．

可視度は以下の性質を有する．

- $w_v = 0$ となるのは J_v がフルランクでないとき, すなわちマニピュレータが特異姿勢にあるときである．
- 画像特徴点の速度 $\dot{v}$ と真値との差を $\Delta\dot{v}$ として, これより導いた手先速度と真値との差を $\Delta\dot{r}$ とする．このとき

$$\sigma_1^{-1} \leq \frac{\|\Delta\dot{r}\|}{\|\Delta\dot{v}\|} \leq \sigma_m^{-1}$$

  となる．

4　可視操作度

冗長ロボットマニピュレータのビジュアルサーボイングにおいて, 可視性のみならず可操作性も考慮して設計を行うことは重要である．可操作度は論文 [2] によって提案され, n 自由度マニピュレータの関節変数ベクトルを q, 手先座標を r として,

$$\dot{r} = J_r\dot{q} \qquad (J_r \in \mathcal{R}^{m\times n}) \tag{6}$$

の関係があるとき, 可操作度 w_r は

$$w_r = \sqrt{\det(J_r J_r^T)}$$

と定義された．式 (1), (6) より

$$\begin{aligned}\dot{v} &= J_v J_r \dot{q} \\ &\stackrel{\text{def}}{=} J_c\dot{q}\end{aligned} \tag{7}$$

となる．$J_v J_r = J_c \in \mathcal{R}^{k\times n}$ は合成ヤコビアンと呼ばれる．

$n \leq m$, すなわち冗長性のないロボットでは $k > m$ のとき可視度の導出手順と同様に計算すると

$$\dot{v}^T J_c^{\dagger T} J_c^{\dagger}\dot{v} \leq 1 \tag{8}$$

となり, 式 (8) は n 次元ユークリッド空間内の楕円体を表している．そこでこの楕円体の体積に比例した量

$$w = \sqrt{\det(J_c^T J_c)} \tag{9}$$

を可視操作度と定義する．可視操作性度はロボットの手先の可視度でなく関節速度の可視度を表しているので, 特定の関節の動きを認識できないことがある．それには 2 つの可能性があり, カメラから手先が他の関節によって見えなくなる場合とロボットが特異姿勢にあるときである．

$n > m$, すなわち冗長なロボットでは, 上に示した可視操作度の定義に基づくと $\mathrm{rank}(J_c^T J_c) \leq m < n$ であるために $w = 0$ となる．そこで新たに

$$w = w_v w_r \tag{10}$$

と可視操作度を定義する．w_v, w_r は一般的に求めることができるので，式 (10) は (9) に比べ可視操作度を求める一般的な方法といえる．

可視操作度を定義する別の方法として, 可視度と可操作度に重み付けをして足し合わせる方法がある．すなわち k_v, k_r を重み付けパラメータとして

$$w = k_v w_v + k_r w_r$$

と定義する方法である．この定義の長所は, 可視性と可操作性のどちらに重きを置くかを設定できることにある．また短所は, 重み付けを適切にすることが必要になる場合が生まれるということである．

5　おわりに

本レポートではロボットマニピュレータの冗長性, 画像情報の冗長性の有無によるそれぞれの場合の可視度, 可視操作度の定義および導出を行った．

参考文献

[1] R. Sharma and S. Hutchinson, “Motion Perceptibility and its Application to Active Vision-Based Servo Control,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 13, No. 4, pp. 607-617, August, 1997.

[2] T. Yoshikawa, “Analysis and Control of Robot Manipulators with Redundancy,” M. Brady and R. Paul(eds), *Robotics Research: The First International Symposium of Robotics Research*, MIT Press, pp.735-747, 1984.